

## 4.7.5 Maxwellovy rovnice, elektromagnetické vlnění

**Předpoklady:** 4704

**Pedagogická poznámka:** Maxwellovy rovnice samozřejmě nejsou součástí středoškolské fyziky a tato hodina si neklade za cíl, aby je studenti zcela pochopili nebo se s nimi dokonce naučili pracovat. Cílem hodiny je:

- přiblížit zobecnění celoročního úsilí ve formě v jaké ji používají fyzici
  - ukázat, že i na první pohled zcela neproniknutelné rovnice mají význam, který je možné docela snadno pochopit
  - pokusit se vysvětlit, kde se bere na první pohled zcela nepochopitelná schopnost elektromagnetického vlnění šířit se vakuem s tím, co jsme o elektromagnetickém poli zjistili během školního roku.
- Odborníky bych prosil o shovívavost.

1865 James Clark Maxwell – shrnul veškeré tehdejší znalosti o elektřině a magnetismu do soustavy čtyř rovnic, které popisují chování elektromagnetického pole. Z těchto rovnic jde odvodit všechno, co jsme se celý rok učili a spoustu věcí, o kterých nemáme ani tušení. Píší se ve dvou hlavních variantách:

- v integrálním tvaru (popisují chování elektromagnetického pole v nějaké oblasti)
- v diferenciálním tvaru (popisují chování elektromagnetického pole v nějakém bodu)

**Diferenciální tvar Maxwellových rovnic** (s nám známými veličinami se zachází jako s vektory, proto mají šipky):

$\vec{H}$  magnetická intenzita,  $j$ - hustota elektrického proudu,  $\epsilon$  - permitivita prostředí,  $\vec{E}$  elektrická intenzita,  $\frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$  časová změna,  $\vec{B}$  magnetická indukce,  $rot$  operace s

vektorovým polem, která nám říká, jak moc se vektory pole točí (rotují) kolem zkoumaného místa,  $\rho$  - hustota elektrického náboje,  $div$  operace s vektorovým polem, která nám říká, jak moc vektory tryskají ze zkoumaného místa

$$rot \vec{H} = j + \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$$

$$rot \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$$

$$div(\epsilon \vec{E}) = \rho$$

$$div(\vec{B}) = 0$$

Co jednotlivé rovnice znamenají?

$rot \vec{H} = j + \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$  Vektory magnetické intenzity se točí kolem míst, kde teče elektrický proud nebo kde se v čase mění elektrická intenzita (člen se změnou elektrické intenzity do rovnice přidal Maxwell původně pryč z částečně estetických důvodů) = částečně známe jako tvar magnetických indukčních čar v okolí přímého vodiče

$rot \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$  Vektory elektrické intenzity se točí kolem míst, kde se mění magnetická indukce = známe, zákon elektromagnetické indukce, napětí („součet“ vektorů elektrické intenzity po křivce) je přímo úměrné časové změně magnetického indukčního toku

$div(\epsilon \vec{E}) = \rho$  Vektory elektrické intenzity tryskají z míst, kde je elektrický náboj = známe, tvar

elektrického pole v okolí bodového náboje

$\text{div}(\vec{B})=0$  Vektory magnetické indukce nikdy netryskají = známe, siločáry magnetického pole jsou vždy uzavřené a nemohou nikdy vyvěrat z žádného místa

Maxwellovy rovnice jsou jedním z příkladů fyzikální krásy: v málu je schováno strašně moc, rovnice jsou symetrické, elegantní

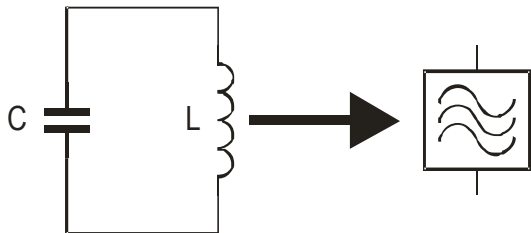
Zajímavý tvar mají první dvě rovnice ve vakuu (bez přítomnosti proudu a látky).

$$\text{rot } \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial(\vec{E})}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$$

Kolem místa, kde se změní  $E$  se začnou točit vektory  $B$  a zároveň, jakmile se změní vektory  $B$ , začnou se kolem nich točit vektory  $E$  a tak pořád dokola  $\Rightarrow$  oba vektory jsou spolu svázané, jakmile se jeden objeví, zrodí se i druhý, vznik druhého zapříčiní vznik prvního a tak pořád dokola  $\Rightarrow$  **změna elektromagnetického pole může existovat a šířit se v prostoru**, kde není ani látka, ani proud ani náboje

Vrátíme se k oscilačnímu obvodu z minulé hodiny. Budeme jej brát jako zdroj střídavého elektrického proudu, ve kterém se neustále přeměňuje elektrická energie na magnetickou a obráceně.



Pokusíme se dovést tuto energii ke spotřebiči  $\Rightarrow$  potřebujeme dva dráty (**dvojvodičové vedení**).



Dosud jsme se tím nikdy nezabývali, ale i elektromagnetický vzruch (informace o tom, že jsem zrovna zapnul vypínač nebo zvětšil napětí v oscilačním obvodu) se šíří konečnou (i když obrovskou) rychlostí – rychlostí světla (přibližně  $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Oscilační obvod = neustále zapínání a vypínání proudu (někdy i dost rychlé). Stihne informace o zapnutí dojít ke spotřebiči?

Jakou vzdálenost vzruch urazí za jednu periodu?

Záleží na frekvenci:

**Př. 1:** Urči vzdálenost, kterou urazí elektromagnetický vzruch za dobu jedné periody pokud má budící napětí frekvenci: a) 50 Hz (sít'), 98 Mhz (rádio)

$$f = 50 \text{ Hz (frekvence sítě)} \Rightarrow s = \lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} \text{ m} = 6000000 \text{ m} = 6000 \text{ km} \Rightarrow$$

pokud budou dráty kratší než 1000 km nemusíme se tím zabývat

$$f = 98 \text{ MHz (frekvence rádia)} \Rightarrow s = \lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{98 \cdot 10^6} \text{ m} = 3,1 \text{ m} \Rightarrow \text{když bude drát dlouhý 3 m, na konci nebudeme ještě vědět, že jsem oscilátor zapnul, ale oscilátor už do}$$

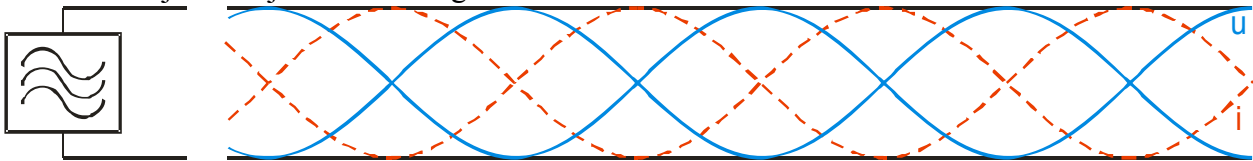
vedení vyše skoro celou sinusovku (zapne se, dosáhne maximální kladné hodnoty, vypne se, zapne se do záporných hodnot, dosáhne maximální záporné hodnoty a téměř se stihne znovu vypnout)

⇒ v takových případech musíme zohlednit, že okamžitá hodnota napětí nezávisí jen na čase, ale i na vzdálenosti od oscilátoru, tedy podle rovnice  $u = U_m \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$  (klasická vlnová rovnice, ve které jsme nahradili výchylku napětím)

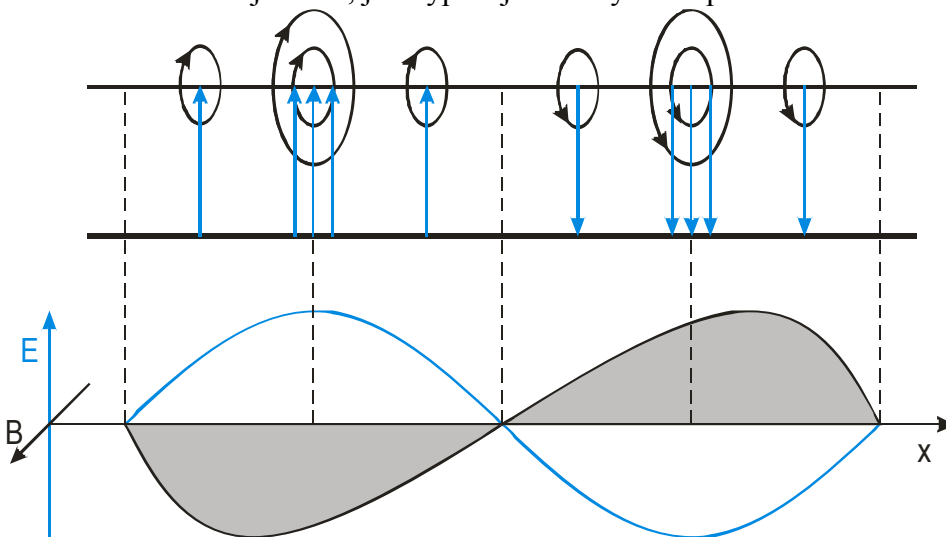
⇒ napětí a proud se na drátu chovají jako vlny na hadici (proud jako výchylka, napětí jako napětí v gumě)

- pokud je na dvojvodičové vedení připojen spotřebič, vlny se přes něj šíří od jednoho konce oscilátoru ke druhé a přenáší se energie
- pokud dvojvodičové vedení rozpojím, energie se přenášet nemůže, ale oscilátor nadále rozhoupává napětí i proud ⇒ podle zkušeností s hadicí se mu to nejlépe povede, když se vlny na vodičích zastaví, vytvoří „buřtíky“ a dokáží se po něm rozmístit tak, aby se akorát vešly a:
  - na koncích vedení kmitalo napětí (nadbytek elektronů nevyrovnává, když dráty nejsou spojeny)
  - na koncích nekmital proud (nemůže tam procházet z jednoho drátu do druhého)

⇒ získali jsme stojaté elektromagnetické vlnění

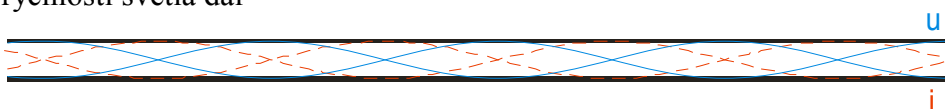


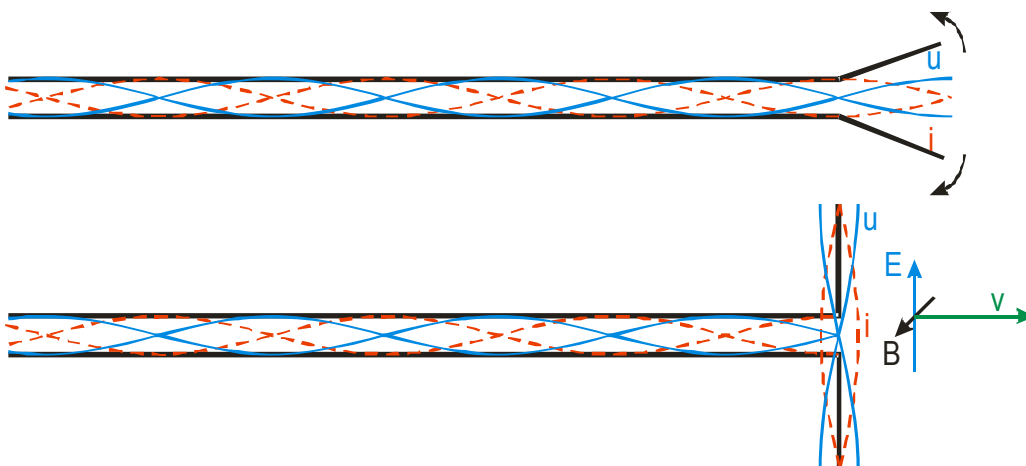
Na dalším obrázku je vidět, jak vypadají vektory obou polí:



Zatím je pole soustředěno hlavně mezi dráty, jak ho dostaneme ven?

Konce drátů ve vzdálenosti  $\frac{\lambda}{4}$  ohnu od sebe, kolmo na původní směr drátů ⇒ získám tak místo pro celou půlvlnu proudu (**půlvlnný dipól**) ⇒ siločáry obou polí zasahují do prostoru, kde se šíří rychlostí světla dál





Získali jsme vysílač elektromagnetického vlnění. Tvoří jej dvojice vektorů elektrické intenzity ( $E$ ) a magnetické indukce ( $B$ ). Vektory jsou na sebe navzájem kolmé a oba jsou kolmé i na směr, ve kterém se šíří.

Jedním z druhů elektromagnetického vlnění je i světlo.

Elektromagnetické záření se používá pro rádiové vysílání, televizi, telefony,.....

Země je v současnosti silnější zdroj radiových vln než Slunce.

**Shrnutí:** Vektory elektrické intenzity a magnetické indukce jsou spolu svázané a díky tomu se mohou šířit i ve vzduchoprázdnu jako elektromagnetické vlnění.