

## 2.5.4 Objemová roztažnost kapalin

### Předpoklady: 2501

Také kapaliny při zahřívání zvětšují svůj objem.

Podobný přibližný vzorec jako u objemové roztažnosti pevných látek:  $V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$ . Po

roznásobením:  $V = V_0 + V_0 \beta \Delta t \Rightarrow \Delta V = V_0 \beta \Delta t$ .

**Pedagogická poznámka:** Vzorec studentům neukazují. Chci, aby navrhli vlastní.

$\beta$  - koeficient objemové roztažnosti kapaliny  $[\text{K}^{-1}]$ .

kapalina	voda	etanol	rtuť	aceton	kyselina octová
$\beta_{20} [10^{-3} \cdot \text{K}^{-1}]$	0,21	1,1	0,18	1,43	1,07
$\rho_{20} [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	998	789	13546	790	1049

### Využití objemové roztažnosti kapalin

- Kapalinové teploměry - omezený rozsah (kvůli bodům tání a varu),  $\beta$  se mění s teplotou.
- Termostatický ventil u topení – kapalina s velkým koeficientem objemové roztažnosti řídí svým objemem přítok teplé vody do radiátoru.

**Př. 1:** Najdi důvody, proč se ve venkovních teploměrech používá jako měřicí kapalina líh místo vody. Je možné používat líh ve venkovních teploměrech na všech místech Země?

Rozsah teplot pro venkovní teploměr v mírném pásu:  $-30^\circ\text{C}$  až  $40^\circ\text{C}$ . Voda není v celém potřebném rozsahu v kapalném stavu.

Potřebujeme kapalinu s velkou objemovou roztažností:  $\beta_{\text{H}_2\text{O}} = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,

$\beta_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \Rightarrow$  etanol má větší objemovou roztažnost  $\Rightarrow$  změna objemu a tedy i odečtení teploty bude jednodušší.

Protože teplota tání líhu je  $-117^\circ\text{C}$  a teplota varu  $78^\circ\text{C}$ , je možné lihovými teploměry měřit venkovní teploty na všech místech Země.

**Dodatek:** Pokud líh uzavřeme v trubici tak, aby nad jeho hladinou byl plyn o vysokém tlaku, jeho teplota varu se zvýší (jako u vody v Papinově hrnci) a můžeme měřit i vyšší teploty.

**Př. 2:** Urči, jak se změní objem 2l vody, která se na slunci zahřeje z  $10^\circ$  na  $40^\circ$ .

$V_0 = 2 \text{ dm}^3$ ,  $\Delta t = t_2 - t_1 = 45 - 10 = 35^\circ\text{C}$ ,  $\beta = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\Delta V = ?$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

$$V = V_0 + V_0 \beta \Delta t$$

$$V - V_0 = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t = 2 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 35 \text{ dm}^3 = 0,0126 \text{ dm}^3$$

Objem vody v láhvi se zvětšil o 12,6 ml.

**Př. 3:** Odvoď vztah pro závislost hustoty kapaliny na teplotě.

Platí:  $\rho = \frac{m}{V}$ ,  $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$  (hmotnost kapaliny se nemění),  $V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$

Začneme u vztahu pro hustotu kapaliny o zahřátí:  $\rho = \frac{m}{V}$ .

$$\text{Dosadíme: } \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 (1 + \beta \Delta t)}$$

$$\rho (1 + \beta \Delta t) = \frac{m}{V_0} = \rho_0$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t}$$

**Dodatek:** V literatuře je často udáván vztah  $\rho = \rho_0 (1 - \beta \Delta t)$ , který pochází z přibližného

vzorce  $\frac{1}{1+x} \doteq 1-x$  (pro malá čísla  $x$ ).

**Př. 4:** Urči hustotu vody při teplotě 100°C.

$$\rho_{20} = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \beta_{20} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \rho_{100} = ?$$

$$\Delta t = 100 - 20 \text{ K} = 80 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t} = \frac{998}{1 + 0,21 \cdot 10^{-3} \cdot 80} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 982 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota vody při teplotě 100°C je 982 kg · m<sup>-3</sup>.

**Dodatek:** Ve skutečnosti platí  $\rho_{100} = 958 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Rozdíl ve výsledku je způsoben růstem koeficientu objemové roztažnosti s teplotou. Například pro vodu platí:

$\beta_{20} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\beta_{50} = 0,46 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\beta_{100} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . V technické praxi se proto občas používá přesnější kvadratický vzorec:  $V = V_0 (1 + \beta_1 \Delta t + \beta_2 \Delta t^2)$ .

### Anomálie vody

Objem vody klesá při ochlazování pouze do 4°C (při této teplotě má voda maximální hustotu  $\rho_4 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ). Při dalším ochlazování začne objem opět růst  $\rho_0 = 999,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

**Vysvětlení:** Led má menší hustotu než voda (větší objem než stejné množství vody). Při teplotách nižších než 4°C se ve vodě začnou vytvářet zárodky krystalků ledu, které zvětšují její objem a snižují její hustotu.

Obrovský význam pro život ve vodě: V zimě se u dna drží nejteplejší voda (4°C, má největší hustotu), nejstudenější voda je u hladiny  $\Rightarrow$  vodní nádrže zamrzají odshora a živočichům u dna nehrozí zamrznutí.

**Př. 5:** Jedním z důsledků globálního oteplování má být zvýšení hladiny oceánů. Urči výpočtem, jak by se zvýšila hladina oceánu kvůli tepelné roztažnosti vody, kdyby se teplota mořské vody zvýšila o  $2^{\circ}\text{C}$ .

$$\Delta t = 2^{\circ}\text{C}, h = 3,5 \text{ km} = 3500 \text{ m}, \beta = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \Delta h = ?$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

Předpokládáme, že plocha oceánu se příliš nezmění  $\Rightarrow V_0 = S_0 h_0, V = S_0 h$ .

$$S_0 h = S_0 h_0 (1 + \beta \Delta t)$$

$$h = h_0 + h_0 \beta \Delta t$$

$$h - h_0 = h_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta h = h_0 \beta \Delta t = 3500 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \text{ m} = 1,26 \text{ m}$$

Kvůli tepelné roztažnosti by se hladina světového oceánu při vzrůstu teploty o  $2^{\circ}\text{C}$  zvýšila o 1,26 m.

**Pedagogická poznámka:** Průměrná hloubka oceánu není v zadání předchozího příkladu záměrně. Jde o to, aby si studenti uvědomili, že ještě nemají všechny potřebné údaje.

**Př. 6:** Zhodnot' realističnost výsledku předchozího příkladu.

Skutečnosti, které snižují reálný výsledek oproti spočtenému:

- Oceán pravděpodobně zvětší svůj povrch (ale zřejmě málo).
- I když se průměrná teplota vzduchu zvýší o dva stupně, teplota vody v oceánech se v průměru zvýší daleko méně, protože voda se neprohřívá do hloubky.

Kvůli druhému důvodu je náš předchozí výpočet sice správný, ale zřejmě bezcenný, neboť vychází z neopodstatněného předpokladu o rovnoměrném zvýšení teploty celého objemu vody v oceánu.

**Př. 7:** Urči průřez kapiláry lékařského teploměru, pokud obsahuje 0,05 ml rtuti a při zvýšení teploty o 1 stupeň hladina rtuti vzroste o 9 mm. Jaká je tloušťka kapiláry, pokud je její šířka přibližně 1 mm?

$$V_0 = 0,05 \text{ ml} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3, \Delta t = 1^{\circ}\text{C}, \Delta h = 9 \text{ mm} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}, S = ?$$

Změna objemu rtuti se projeví zvýšenou hladinou v kapiláře a je tedy rovna objemu, který

$$\text{v kapiláře přibude: } \Delta V = S \cdot \Delta h \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{\Delta h}$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

$$V = V_0 + V_0 \beta \Delta t$$

$$V - V_0 = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t$$

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{V_0 \beta \Delta t}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{9 \cdot 10^{-3}} \text{ m}^2 = 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$a = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, b = ?$$

$$S = ab \Rightarrow b = \frac{S}{a} = \frac{10^{-9}}{10^{-3}} \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$$

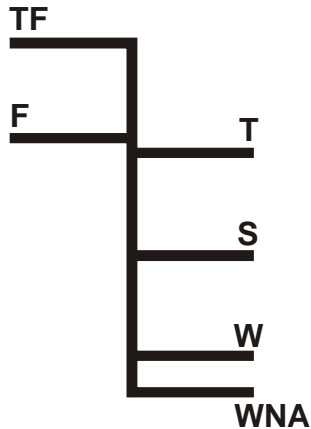
Průřez kapiláry je  $10^{-9} \text{ m}^2$ , její tloušťka pouze  $1 \mu\text{m}$ .

**Př. 8:** Na trupech lodí bývá vyznačena čára ponoru (Load Line nebo Plimsoll Line). Tato značka není tvořena jednou čarou, ale systémem čar pro různé podmínky. Vysvětli, proč nestačí jedna čára a přiřaď k jednotlivým čarám jejich označení.



Označení: TF (Tropical Fresh Water), F (Fresh Water), T (Tropical Seawater), S (Summer Temperate Seawater), W (Winter Temperate Seawater), WNA (Winter North Atlantic)

Lod' se může plavit v různě teplých a různě slaných vodách  $\Rightarrow$  různé druhy vod mají různé hustoty a budou různým způsobem vytlačovat lod', která se bude do různé míry zanořovat. Nejvíce zanořená bude v teplé, sladké vodě (má nejmenší hustotu), nejméně zanořená bude ve studené slané vodě.



**Shrnutí:** Objem kapalin s teplotou roste (až na výjimky jakou je anomálie vody).