

### 2.3.9 Izobarický děj

**Předpoklady:** 2305, 2306, 23008

**izobarický = při stálém tlaku**  $\Rightarrow$  Při izobarickém ději se může měnit teplota a objem.

**Př. 1:** Úpravou stavové rovnice odvod analogii Boyle-Mariottova zákona pro izobarický děj.

**Stavová rovnice:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{izochorický děj} \Rightarrow p_1 = p_2$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{Gay-Lussacův zákon}$$

jiná formulace:  $\frac{V}{T} = konst$

**Př. 2:** Na základě Gay-Lussacova zákona rozhodni, jak se při izobarickém ději musí měnit objem, když teplota roste.

Podle Gay-Lussacova zákona je podíl  $\frac{V}{T}$  konstantní  $\Rightarrow$  pokud teplota roste musí se objem také zvětšovat, aby byl podíl  $\frac{V}{T}$  stále stejný.

**Př. 3:** Vyřeš předchozí příklad bez použití vzorce na základě změn pohybu částic plynu (mikroskopický pohled).

**Mikroskopický pohled:**

Vyšší teplota  $\Rightarrow$  větší rychlost částic  $\Rightarrow$  větší síla nárazů  $\Rightarrow$  aby byl stejný tlak, musí být silnějších nárazů menší počet  $\Rightarrow$  musí se zvětšit objem, aby snížila hustota částic.

**Př. 4:** Teplota vzduchu uzavřeného v pohyblivém pístu udržujícím stálý tlak vzrostla z  $0^\circ\text{C}$  na  $50^\circ\text{C}$ . Urči původní objem plynu, pokud na konci děje plyn zaujímal objem 5 litrů.

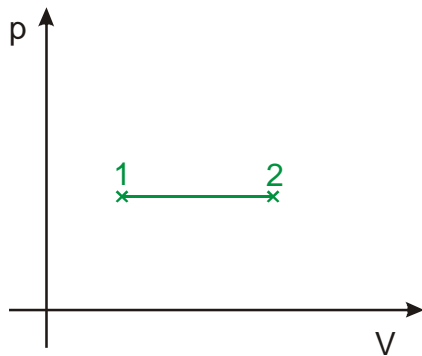
$$T_1 = 0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K} \quad T_2 = 50^\circ\text{C} = 323,15 \text{ K} \quad V_2 = 5 \text{ l} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad V_1 = ?$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$V_1 = V_2 \frac{T_1}{T_2} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{273,15}{323,15} \text{ m}^3 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 4,2 \text{ l}$$

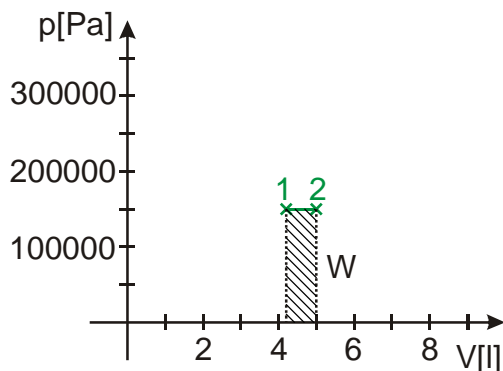
Při teplotě  $0^\circ\text{C}$  zaujímal plyn objem 4,2 l.

**Př. 5:** Nakresli pV diagram izobarického děje.



**Postřeh:** U izobarického děje můžeme díky konstantnímu tlaku snadno počítat vykonanou práci.

**Př. 6:** Plyn v příkladě 3 působil po celou dobu zahřívání na píst tlakem 150000Pa . Nakresli pV diagram s vyznačenými hodnotami pro tento děj a spočti práci, kterou plyn v průběhu zahřívání vykonal.



Vzorec pro práci:  $W_p = p\Delta V$  (při konstantním tlaku)

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$W = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = 150000 \cdot (5 \cdot 10^{-3} - 4,2 \cdot 10^{-3}) \text{ J} = 120 \text{ J}$$

Plyn v pístu vykonal práci 120 J.

**Pedagogická poznámka:** Nejčastější chybou je nepřevedení objemu na základní jednotku.

V prvním okamžiku nikdy neupozorňuji na chybu, pouze říkám, že výsledek není dobře.

### Energetický pohled

**Př. 7:** Rozhodni, zda je některá z veličin vystupujících v 1. termodynamickém zákoně ( $\Delta U$ ,  $W$ ,  $Q$ ) při izobarickém ději vždy nulová.

Mění se objem plynu  $\Rightarrow$  koná se práce ( $W \neq 0$ ).

Mění se teplota plynu  $\Rightarrow$  mění se vnitřní energie ( $\Delta U \neq 0$ ).

Plyn přijímá nebo odevzdává teplo ( $Q \neq 0$ ).

$\Rightarrow$  Všechny tři energetické veličiny jsou u izobarického jevu obecně nenulové.

**Př. 8:** Rozhodni, jak se změnilo při izobarickém zahřívání plynu (příklad 3) veličiny vystupující v 1. termodynamickém zákoně ( $\Delta U$ ,  $W$ ,  $Q$ ).

Plyn se zahřival  $\Rightarrow \Delta U > 0$ .

Plyn zvětšoval objem  $\Rightarrow W > 0$ .

$\Rightarrow$  Platí:  $Q = \Delta U + W \Rightarrow$  Plyn musel přijímat energii  $\Rightarrow Q > 0$ .

Stejně jako u ostatních látek a u plynů při izochorickém ději platí, že přijaté teplo je přímo úměrné změně teploty  $\Rightarrow Q = m \cdot c_p \cdot \Delta t$ .

- $m$  - hmotnost plynu
- $\Delta t$  - změna teploty
- $c_p$  - měrná tepelná kapacita plynu při stálém tlaku

**Př. 9:** Rozhodni, proč se pro plyny používají dvě hodnoty tepelné kapacity ( $c_p$  a  $c_v$ ) a která z nich je větší.

Srovnáme izochorické a izobarické zahřívání plynu

#### Izochorické zahřívání

platí 1. termodynamická věta  $Q = \Delta U + W$

$\Delta U > 0$  (zahříváme o stejné  $\Delta t \Rightarrow$  stejné  $\Delta U$ )

$W = 0$  (objem se nemění)

#### Izobarické zahřívání

$W > 0$  (objem se zvětšuje)

Při izobarickém ději musí plyn přijmout více tepla. Teplo musí zrychlit molekuly a ještě vykonat práci (zvětšit objem).

$$c_v < c_p$$

**Př. 10:** Na příkladu 1 molu vzduchu, který se izobaricky a izochoricky ohřeje z normálních podmínek o 100 K, urči měrnou tepelnou kapacitu vzduchu při stálém objemu a

poměr  $\frac{c_p}{c_v}$  (Poissonova konstanta). Získanou hodnotu porovnej s údaji v tabulkách.

Hodnotu molární hmotnosti a  $c_p$  pro vzduch je možné najít v tabulkách.

$M(\text{vzduch}) = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $c_p(\text{vzduch}) = 1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ,  $n = 1 \text{ mol}$ ,  $T_1 = 273 \text{ K}$ ,

$T_2 = 373 \text{ K}$ ,  $V_1 = 0,0224 \text{ m}^3$ ,  $Q_p = ?$ ,  $Q_v = ?$ ,  $c_v = ?$

Určíme teplo přijaté při izobarickém zahřívání:

$$Q_p = mc_p \Delta T = n \cdot M c_p \Delta T = 1 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 1005 \cdot 100 \text{ J} = 2914 \text{ J}$$

Rozdíl mezi teplem potřebným k izobarickému a izochorickému zahřívání se rovná práci nutné k rozepnutí plynu ( $Q_p = Q_v + W$ )  $\Rightarrow$  potřebujeme určit práci  $W = p\Delta V \Rightarrow$  musíme určit, jak se změní objem plynu při izobarickém ohřívání.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1 = \frac{373}{273} \cdot 0,0224 \text{ m}^3 = 0,0306 \text{ m}^3$$

Teď určíme práci:  $W = p\Delta V = 1,013 \cdot 10^5 \cdot (0,0306 - 0,0224) \text{ J} = 831 \text{ J}$

$$Q_v = Q_p - W = 2914 - 831 \text{ J} = 2083 \text{ J}$$

Můžeme urči  $c_v$  :

$$Q_v = mc_v \Delta T \Rightarrow c_v = \frac{Q_v}{m \Delta T} = \frac{Q_v}{n \cdot M \cdot \Delta T} = \frac{2083}{1 \cdot 0,029 \cdot 100} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1} = 718 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{1005}{718} = 1,40$$

Spočtená hodnota Poissonovy konstanty se rovná se hodnotě uvedené v tabulkách.

**Poznámka:** Na první pohled je trochu divné, že existuje molární hmotnost vzduchu, když neexistují žádné molekuly vzduchu z jejichž složení bychom mohli molární hmotnost spočítat. Hodnota v tabulce je však váženým průměrem z atomových hmotností molekul, ze kterých se vzduch skládá.

**Př. 11:** 2 g vzduchu se při izobarickém rozpínání zahřály z 20°C na 80°C. Urči práci, kterou při tomto ději vzduch vykonal. Molární hmotnost vzduchu je možné najít v tabulkách.

$$M_{\text{vzduchu}} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Přesto známe ze zadání až podezřele málo veličin.

Vzorec pro práci plynu:  $W = p \Delta V \Rightarrow$  zkusíme vyjádřit  $\Delta V$  pomocí stavové rovnice ( $p$  neindexujeme. Tlak se nemění, je stále stejný)

$$\text{stavová rovnice na počátku děje: } pV_1 = \frac{m}{M} RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m}{pM} RT_1$$

$$\text{stavová rovnice na konci děje: } pV_2 = \frac{m}{M} RT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{m}{pM} RT_2$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{m}{pM} RT_2 - \frac{m}{pM} RT_1 = \frac{m}{pM} R(T_2 - T_1) = \frac{m}{pM} R \Delta T$$

Dosadíme do vzorce pro práci:  $W = p \Delta V = p \frac{m}{pM} R \Delta T = \frac{m}{M} R \Delta T$  (v tomto vztahu už všechno známe a můžeme do něj dosazovat.).

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 80 - 20^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C} = 60 \text{ K}$$

$$W = \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 60 \text{ J} = 34 \text{ J}$$

Vzduch vykonal práci 34 J.

**Shrnutí:** Při izobarickém ději se nemění tlak plynu.