2.3.5 Stavová rovnice ideálního plynu

Stav plynu určují stavové veličiny: p, T, V, n, ρ, m.

Rovnice pro tlak: $p=\frac{1}{3}N_v m_0 v_k^{\,2}$ Dosadíme: $N_v=\frac{N}{V}$, $v_k^2=\frac{3kT}{m_0}$

$p=\frac{1}{3}\frac{N}{V}\cdot m_0\cdot\frac{3kT}{m_0}$ $\qquad p=\frac{kNT}{V}$

- $pV=kNT$ **- 1. verze stavové rovnice ideálního plynu (přes počet molekul)**

Rozepíšeme si $N=n\cdot N_A$ (molární množství, Avogadrova konstanta)

$pV=nN_AkT$. Označíme: $N_Ak=R$ (molární plynová konstanta $R=8,31\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$).

- $pV=nRT$ **- 2. verze stavové rovnice ideálního plynu (přes molární množství)**

Rozepíšeme si: $n=\frac{m}{M}$ $\quad pV=\frac{m}{M}RT$ **- 3. verze (přes molární hmotnost)**

$pV=nRT \quad /:T$ $\qquad \frac{pV}{T}=nR$ Pokud se nemění množství plynu, je pravá strana stále stejná

$\Rightarrow$ musí být stejná i levá strana $\Rightarrow \frac{pV}{T}=konst.$

Př. 1: Urči molární množství a počet molekul vodíku H_2 obsaženého v pouťovém balónku o objemu $V=4\,\mathrm{l}$ při teplotě $t=30\,°\mathrm{C}$ a tlaku $p=130\,\mathrm{kPa}$.

Zjišťujeme molární množství $\Rightarrow$ použijeme druhou verzi stavové rovnice: $pV=nRT$.

$V=4\,\mathrm{l}=0,004\,\mathrm{m^3}$, $t=30\,°\mathrm{C}=303,15\,\mathrm{K}$, $p=130\,\mathrm{kPa}=130000\,\mathrm{Pa}$, $n=?$, $N=?$

$pV=nRT \qquad \frac{pV}{RT}=n \qquad n=\frac{pV}{RT}=\frac{130000\cdot 0,004}{8,31\cdot 303,15}\,\mathrm{mol}=0,206\,\mathrm{mol}$

$N=n\cdot N_A=0,206\cdot 6,02\cdot 10^{23}=1,24\cdot 10^{23}$

Př. 2: Jak se změní objem balónku, když vystoupá do výšky 2000 m, kde je teplota 10°C a kvůli poklesu okolního tlaku se sníží i tlak v balónku na $100\,\mathrm{kPa}$.

$V_1=4\,\mathrm{l}=0,004\,\mathrm{m^3}$, $t_1=30\,°\mathrm{C}=303,15\,\mathrm{K}$, $p_1=130\,\mathrm{kPa}=130000\,\mathrm{Pa}$, $t_2=10\,°\mathrm{C}=283,15\,\mathrm{K}$, $p_2=100\,\mathrm{kPa}=100000\,\mathrm{Pa}$, $V_2=?$

$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2} \qquad \frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1}=V_2 \qquad V_2=\frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1}=\frac{130000\cdot 0,004\cdot 283,15}{100000\cdot 303,15}\,\mathrm{m^3}=4,86\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}=4,86\,\mathrm{l}$

Př. 3: Teplota 1,5 kg metanu v uzavřené tlakové lahvi je $300\,°\mathrm{C}$. Urči jaký je jeho tlak pokud je objem lahve 50 l.

$V=50\,\mathrm{l}=0,05\,\mathrm{m^3}$, $t=300\,°\mathrm{C}=573,15\,\mathrm{K}$, $m=1,5\,\mathrm{kg}$, $p=?$

Potřebujeme molární hmotnost metanu CH_4:

$M(CH_4)=M(C)+4\cdot M(H)=12+4\cdot 1\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}=16\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}=0,016\,\mathrm{kg\cdot mol^{-1}}$.

$p=\frac{mRT}{MV}=\frac{1,5\cdot 8,31\cdot 573,15}{0,016\cdot 0,05}\,\mathrm{Pa}=8930000\,\mathrm{Pa}=8,9\,\mathrm{MPa}$

Poznámka: Předchozí příklad je značně umělý. Ve skutečnosti se plyny (například propan-butan) v tlakových lahvích vyskytují v kapalném stavu. Například nejmenší propan-butanová láhev obsahuje 2 kg kapalného plynu o hustotě kolem $500\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$. Její vnitřní objem je tedy kolem 4 l. Jak je možné, že je v lahvi propan-butan kapalný i při teplotě $20°\mathrm{C}$ si vysvětlíme později.

Př. 4: Urči objem jednoho molu plynu za normálních podmínek (molární objem).

$t = 0°\mathrm{C} = 273{,}15\,\mathrm{K}$, $p = 1{,}013\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $N = 6{,}023\cdot 10^{23}$, $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}$, $V = ?$

$pV = kNT$

$$V = \frac{kNT}{p} = \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 6{,}023\cdot 10^{23}\cdot 273{,}15}{1{,}013\cdot 10^5}\,\mathrm{m}^{-3} = 2{,}2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^{-3} = 22{,}4\,\mathrm{l}$$

Př. 5: 35 litrů vzduchu v pneumatice osobního automobilu se při jízdě zahřeje na teplotu $60°\mathrm{C}$. Tlak v pneumatice během jízdy se rovná $250\,000\,\mathrm{Pa}$. Urči, jaký objem vzduchu o teplotě $20°\mathrm{C}$ a tlaku 100 000 Pa je nutné do pneumatiky nahustit.

$t_1 = 20°\mathrm{C} = 293\,\mathrm{K}$, $p_1 = 100000\,\mathrm{Pa}$, $t_2 = 60°\mathrm{C} = 333\,\mathrm{K}$, $p_2 = 250000\,\mathrm{Pa}$, $V_2 = 35\,\mathrm{l}$, $V_1 = ?$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad V_1 = \frac{p_2V_2T_1}{p_1T_2} \qquad V_1 = \frac{p_2V_2T_1}{p_1T_2} = \frac{250000\cdot 0{,}035\cdot 293}{100000\cdot 333}\,\mathrm{l} = 77\,\mathrm{l}$$

Př. 6: Vzduch v ucpané stříkačce stlačíme na jednu pětinu původního objemu. Během stlačování se teplota plynu zvýší o $10°\mathrm{C}$. Urči tlak vzduchu, pokud měl na začátku stlačování teplotu $20°\mathrm{C}$ a tlak 100000 Pa.

$t_1 = 20°\mathrm{C} = 293\,\mathrm{K}$, $p_1 = 100000\,\mathrm{Pa}$, $t_2 = 30°\mathrm{C} = 303\,\mathrm{K}$, $V_2 = \frac{V_1}{5}$, $p_2 = ?$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad \frac{p_1V_1T_2}{V_2T_1} = p_2 \qquad p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{V_2T_1} = \frac{100000\cdot V_1\cdot 303}{\frac{V_1}{5}\cdot 293} = \frac{100000\cdot 303\cdot 5}{293}\,\mathrm{Pa} = 517000\,\mathrm{Pa}$$

Př. 7: Při nafukování kola je třeba stlačit pumpičku o objemu pístu 0,1 litru celkem šedesátkrát. Do pístu pumpičky se nasává vzduch o tlaku 100000 Pa a teplotě $20°\mathrm{C}$. Urči, jaká část vzduchu unikne mimo duši kola, pokud nafouknutá duše má objem 2,3, tlak 1,8 atm a vzduch má ihned po napumpování teplotu $25°\mathrm{C}$.

Množství vzduchu nasátého do pumpičky:

$V = 60\cdot 0{,}1\,\mathrm{l} = 6\,\mathrm{l} = 6\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $p = 100000\,\mathrm{Pa}$, $t = 20°\mathrm{C} = 293\,\mathrm{K}$, $n = ?$

$$pV = nRT \;\Rightarrow\; n = \frac{pV}{RT} = \frac{100000\cdot 6\cdot 10^{-3}}{8{,}31\cdot 293}\,\mathrm{mol} = 0{,}25\,\mathrm{mol}$$

Množství vzduchu v napumpované duši:

$V = 2{,}3\,\mathrm{l} = 2{,}3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $p = 180000\,\mathrm{Pa}$, $t = 25°\mathrm{C} = 298\,\mathrm{K}$, $n = ?$

$$pV = nRT \;\Rightarrow\; n = \frac{pV}{RT} = \frac{180000\cdot 2{,}3\cdot 10^{-3}}{8{,}31\cdot 298}\,\mathrm{mol} = 0{,}17\,\mathrm{mol}$$

Porovnání:

0,25 mol … 100%

0,17 mol … x%

$$\frac{x}{0{,}17} = \frac{100}{0{,}25} \;\Rightarrow\; x = \frac{0{,}17}{0{,}25}\cdot 100\,\% = 68\%$$

Během pumpování unikla mimo duši přibližně třetina vzduchu nasátého do pumpičky.