

## 2.2.3 Kalorimetrická rovnice

### Předpoklady: 2202

Smícháme teplou a studenou vodu  $\Rightarrow$  při smíchání si vody vyměňují teplo.

Platí: *teplo odevzdané teplou vodou = teplo přijaté studenou vodou*.

**Př. 1:** Do 200 ml vody o teplotě 20°C (pokojová teplota) přilijeme 150 ml vody o teplotě 80°C (horká voda). Odhadni teplotu výsledné teplé vody. Urči teplotu vody výpočtem. Odhadni teplotu jakou teplotu vody naměříme pokud pokus provedeme, odhad zdůvodni.

$$m_s = 0,2 \text{ kg}, c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,15 \text{ kg}, t_t = 80^\circ\text{C}, t = ?$$

Smícháváme dvě množství stejné kapaliny  $\Rightarrow$  u stejných množství by se výsledná teplota měla rovnat průměru teplot, protože je studené vody více, bude výsledná teplota blíže k teplotě studené vody.

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$$

$$\text{Dosazení: } t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t} = \frac{0,15 \cdot 80 + 0,2 \cdot 20}{0,2 + 0,15} ^\circ\text{C} = 45,7^\circ\text{C}$$

Skutečná teplota kterou naměříme bude nižší, protože teplá voda musí kromě studené vody ohřát i kádinku a část tepla unikne do třídy.

**Dodatek:** Výsledný vztah  $t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$  je fakticky vzorcem pro vážený průměr obou teplot,

kde jsou jejich váhy určeny hmotností vody s danou teplotou.

Při pokusu jsme naměřili výslednou teplotu 42°C (přesně podle našich předpokladů).

**Př. 2:** Navrhni takové provedení předchozího pokusu, aby teplota výsledné teplé vody byla vyšší než hodnota určená výpočtem.

Část tepla se určitě ztratí vždy  $\Rightarrow$  potřebujeme, aby se v kádince objevil další zdroj tepla  $\Rightarrow$  budeme přelévat studenou vodu do teplejší, aby teplo kromě teplé vody dodávala i zahřátá kádinka. Pokus provedeme co nejrychleji (nižší ztráty). V případě, že by to nestačilo použijeme kádinku s tlustším sklem (bude moci předat studenější vodě více tepla).

**Pedagogická poznámka:** Velmi doporučuji míchání vod provést. Fakt, že při rychlém provedení druhého pokusu získáme vodu teplejší než podle výpočtu je dobrou ukázkou, že i když reálně výsledky pokusů neodpovídají přesně výpočtům, mohou

se lišit i na obě strany a hlavně jsme schopni odhalit příčiny a v případě potřeby je pak odstraňovat.

Pokud chceme přesnější výsledky pokusů, potřebuje nádobu, která zabraňuje únikům (nebo průnikům) tepla – **kalorimetr** (slovo znamená metr na kalorie – starší jednotka energie, která se ještě dnes používá u výživových hodnot apod.).

Čím lepší kalorimetr, tím přesněji platí  $Q_s = Q_t$ , po dosažení:

$$\text{kalorimetrická rovnice: } m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$$

**Př. 3:** Rozhodni, která z hmotností  $m_1$ ,  $m_2$  patří v rovnici  $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$  látce s vyšší teplotou.

Pokud má výraz  $(t_1 - t)$  znamenat kladný tepelný rozdíl, musí patřit teplota  $t_1$  teplejšímu tělesu o hmotnosti  $m_1$ .

**Dodatek:** Ve skutečnosti je jedno, jestli správně odhadneme, který z předmětů má mít vyšší teplotu, protože v případě, že bychom se netrefili, budou obě závorky záporné, tím pádem budou záporné i obě strany rovnice a rovnost (o kterou jde především) zůstane zachována.

Při použití v praxi není příliš důležité, jak budeme rovnici psát. Stačí:

- teplo přijaté = teplo odevzdané
- $Q = mc\Delta t$  nebo  $Q = C \Delta t$
- trocha úvahy

**Př. 4:** Kolik studeného čaje o teplotě  $20^\circ\text{C}$  musíme nalít do 0,25 l horkého čaje o teplotě  $80^\circ\text{C}$ , abychom získali snesitelně teplý nápoj o teplotě  $45^\circ\text{C}$ .

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 20^\circ\text{C}, t_t = 80^\circ\text{C}, t = 45^\circ\text{C}, m_t = 0,25 \text{ kg}, m_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s}$$

$$\text{Dosažení: } m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s} = \frac{0,25 (80 - 45)}{45 - 20} \text{ kg} = 0,35 \text{ kg}$$

Do horkého čaje musíme přilít 0,35 l studeného.

**Pedagogická poznámka:** Studenti mají tendenci dosazovat takto  $Q_s = Q_t$

$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$ . Snažím se jim vysvětlit, že by neměli dosazovat za tepla bez měrných tepelných kapacit. V tomto konkrétním případě se sice měrné tepelné kapacity vykrátí, ale obecně jde o špatný zvyk, který by u některých z dalších příkladů znamenal chybu.

**Př. 5:** Ve vaně je 100 litrů teplé vody o teplotě 27°C. Kolik litrů horké vody o teplotě 65°C musíme do vany připustit, abychom získali „zapárku“ o teplotě 40°C.

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 27^\circ\text{C}, t_t = 65^\circ\text{C}, t = 40^\circ\text{C}, m_s = 100 \text{ kg}, m_t = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t}$$

$$\text{Dosazení: } m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t} = \frac{100(40 - 27)}{65 - 40} \text{ kg} = 52 \text{ kg}$$

Do vany musíme napustit 52 litrů horké vody.

**Poznámka:** Autor by rád upozornil (na podnět generální tajemnice International Women Movement Against Zapárka), že předchozí příklad v žádném případě nebyl zamýšlen jako propagace tohoto v dnešní době již zcela překonaného způsobu vykonávání tělesné hygieny.

**Dodatek:** Autor se musí ohradit proti nepodloženým pomluvám, že by byl k předchozí poznámce nucen ze strany IWMAZ.

**Př. 6:** Najdi co nejvíce důvodů, proč je „zapárka“ v dnešní době již zcela překonaný způsob vykonávání tělesné hygieny.

Zapárka:

- je neekologická (velká spotřeba energie a vody)
- snižuje obranyschopnost organismu
- zvyšuje vlhkost v bytě a způsobuje tak šíření plísní
- zvýšená vlhkost v koupelně způsobuje srážení vodní páry na zrcadle. Zrcadlo tak vyžaduje častější leštění
- odmašťuje pokožku a zvyšuje tak riziko kožních chorob
- vysoká teplota protékající vody zkracuje životnost těsnění ve vodovodní baterii
- velmi vysoká teplota vody způsobuje únavu a zvyšuje pravděpodobnost usnutí ve vaně
- prodlužuje dobu koupání a zabraňuje tak ostatním členům rodiny v přístupu do koupelny

...

**Př. 7:** Jakou teplotu musí mít 2 kg vody, aby po smíchání s 3 kg ethanolu o teplotě 40°C vytvořila směs o teplotě 30°C.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, c_t = 2500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_t = 3 \text{ kg}, t_t = 40^\circ\text{C}, t = 30^\circ\text{C}, t_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_s c_s t_s = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t) = m_s c_s t_s$$

$$t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s}$$

$$\text{Dosazení: } t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 30 - 3 \cdot 2500(40 - 30)}{2 \cdot 4200} \text{ } ^\circ\text{C} = 21^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu  $21^\circ\text{C}$ .

**Př. 8:** Závaží o hmotnosti 500g z neznámého prvku o teplotě  $100^\circ\text{C}$  vhodíme do 2 litrů vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$ . Teplota vody a závaží se ustálila na  $24^\circ\text{C}$ . Urči měrnou tepelnou kapacitu a druh prvku.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,5 \text{ kg}, t_t = 100^\circ\text{C}, t = 24^\circ\text{C}, c_v = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)}$$

$$\text{Dosazení: } c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot (24 - 20)}{0,5(100 - 24)} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 880 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Neznámá látka má měrnou tepelnou kapacitu  $880 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Jde zřejmě o hliník.

**Př. 9:** Železné závaží o hmotnosti 200 g hodíme do 0,5 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$ . Teplota vody se ustálila na  $22^\circ\text{C}$ . Jaká byla původní teplota závaží? Místo indexů  $s$  a  $t$  použij v obecném řešení indexy 1 a 2.

$$c_1 = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_1 = 0,5 \text{ kg}, t_1 = 20^\circ\text{C}, c_2 = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_2 = 0,2 \text{ kg}, t = 22^\circ\text{C},$$

$$t_2 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t)$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 t_2 - m_2 c_2 t$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t = m_2 c_2 t_2$$

$$t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2}$$

$$\text{Dosazení: } t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2} = \frac{0,5 \cdot 4200(22 - 20) + 0,2 \cdot 450 \cdot 22}{0,2 \cdot 450} \text{ } ^\circ\text{C} = 69^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu  $69^\circ\text{C}$ .

**Př. 10:** Kalorimetr o tepelné kapacitě  $63\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$  obsahuje 250 g oleje o teplotě  $12^\circ\text{C}$ . Do oleje v kalorimetru vložíme měděné závaží o teplotě  $100^\circ\text{C}$  a hmotnosti 500 g. Po ustálení má vše teplotu  $33^\circ\text{C}$ . Urči měrnou tepelnou kapacitu oleje.

$$m_1 = 0,25\text{kg}, t_1 = 12^\circ\text{C}, m_2 = 0,5\text{kg}, t_2 = 100^\circ\text{C}, c_2 = 380\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, t = 33^\circ\text{C},$$

$$C = 63\text{J}\cdot\text{K}^{-1}, c_1 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1c_1(t-t_1) + C(t-t_1) = m_2c_2(t_2-t) \quad \text{teplá voda musí kromě oleje ohřát i kalorimetr}$$

$$m_1c_1(t-t_1) = m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)$$

$$c_1 = \frac{m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)}{m_1(t-t_1)}$$

Dosazení:

$$c_1 = \frac{m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)}{m_1(t-t_1)} = \frac{0,5 \cdot 380 \cdot (100-33) - 63(33-12)}{0,25(33-12)} \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} = 2200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Olej v kalorimetru má měrnou tepelnou kapacitu  $2200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

**Př. 11:** Petříček si hrál s kalorimetrem. Postupně do něj umístil 0,5 litru vody o teplotě  $30^\circ\text{C}$ , 1 kg lihu o teplotě  $10^\circ\text{C}$  a půlkilové železné závaží o teplotě  $100^\circ\text{C}$ . Urči teplotu obsahu kalorimetru poté, co přejde od rovnovážného stavu.

$$m_1 = 0,5\text{kg}, c_1 = 4200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, t_1 = 30^\circ\text{C}, m_2 = 0,5\text{kg}, c_2 = 2500\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, t_2 = 10^\circ\text{C},$$

$$m_3 = 0,5\text{kg}, c_3 = 450\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, t_3 = 100^\circ\text{C}, t = ?$$

**Problém:** Nevíme, jaká bude výsledná teplota a tedy ani to zda se voda bude ohřívat nebo bude ochlazovat.

**Řešení:** Všechny látky ochladíme za nejnižší teplotu ( $10^\circ\text{C}$ ) a zjistíme kolik tepla by se tím uvolnilo. Poté spočítáme o kolik stupňů by se všechny látky tímto teplem ohřály.

**Uvolněné teplo:**

$$Q = m_1c_1(t_1-t_2) + m_3c_3(t_3-t_2) = 0,5 \cdot 4200(30-10) + 0,5 \cdot 450(100-10)\text{J} = 62250\text{J}$$

**Teplotní rozdíl:**  $Q = m_1c_1\Delta t + m_2c_2\Delta t + m_3c_3\Delta t$

$$\Delta t = \frac{Q}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3} = \frac{62250}{0,5 \cdot 4200 + 1 \cdot 2500 + 0,5 \cdot 450}^\circ\text{C} = 13^\circ\text{C}$$

Obsah kalorimetru bude mít teplotu  $23^\circ\text{C}$ .

**Shrnutí:** Teplo odevzdané se rovná teple přijatému.