1.5.3 Výkon, účinnost

Předpoklady: 1501

Př. 1: Při výběru zahradního čerpadla mohl Petr vybírat ze tří čerpadel. První čerpadlo vyčerpá za 1 sekundu 3,5 l vody, druhé čerpadlo vyčerpá za minutu 200 litrů vody a třetí vyčerpá $1\,\mathrm{m}^3$ za pět minut. Které z čerpadel je nejvýhodnější a má největší výkon?

Spočteme objem, který čerpadla vyčerpají za 1 sekundu:

1. čerpadlo: $V_1 = 3{,}5\,\mathrm{l/s}$

2. čerpadlo: $V_2 = \frac{200\,\mathrm{l}}{1\,\mathrm{min}} = \frac{200\,\mathrm{l}}{60\,\mathrm{s}} = 3{,}\overline{3}\,\mathrm{l/s}$

3. čerpadlo: $V_3 = \frac{1\,\mathrm{m}^3}{5\,\mathrm{min}} = \frac{1000\,\mathrm{l}}{5 \cdot 60\,\mathrm{s}} = 3{,}\overline{3}\,\mathrm{l/s}$

Nejvyšší výkon má první čerpadlo, protože za 1 sekundu vyčerpá nejvíce vody.

Pedagogická poznámka: Vybrání nejlepšího čerpadla nečiní studentům velké problémy. Někteří sice převádějí na objem za minuty, ale to samozřejmě není žádná chyba.

Při porovnávání čerpadel nezáleží pouze na objemu vody (vykonané práci), ale také na čase, který k přečerpání vody potřebujeme $\Rightarrow$ výkon čerpadla určíme jako podíl objemu a času.

Podobná úvaha platí i ve fyzice: nezáleží pouze na velikosti práce (způsobené změny), ale i na času, který tato změna trvala $\Rightarrow$ o výkonnosti strojů lépe vypovídá poměr $\frac{W}{t} = P$, který nazýváme výkon.

Výkonnost zařízení se udává pomocí výkonu *P*. Jednotkou výkonu je 1 watt $[1\,\mathrm{W}]$.

Srovnání:

rychlost	výkon
$v = \frac{s}{t}$	$P = \frac{W}{t}$
dráha za čas	práce za čas

$\Rightarrow$ Výkon je vlastně „pracovní rychlostí“.

Problém: Vzorec $v = \frac{s}{t}$ platí pouze pro rovnoměrný pohyb (když dráha přibývá rovnoměrně), v ostatních případech musíme použít vztah $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

$\Rightarrow$ Pokud práce nepřibývá rovnoměrně je výkon definován vztahem $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ (přesnost výpočtu roste se zmenšující se délkou časového intervalu).

Dodatek: Stejně jako si pro čerpání vody vybíráme čerpadlo s největším výkonem, vybíráme si pro dopravu prostředek s největší rychlostí. V obou případech tak zajistíme vykonání největší práce (uražení největší dráhy) za nejkratší čas.

Př. 2: Motor výtahu zvedne náklad o hmotnosti 240 kg do výšky 36 m za dobu 90 s. Jaký je jeho výkon?

$m = 240\,\mathrm{kg}$ $h = 36\,\mathrm{m}$ $t = 90\,\mathrm{s}$ $P = ?$

Použijeme klasické vzorce pro výpočet výkonu pomocí práce.

Vzorec pro výkon: $P = \frac{W}{t}$.

Vzorec pro práci: $W = Fs = Fh$

Síla, kterou musí motor táhnout náklad je stejná jako gravitační síla, která náklad přitahuje k zemi $\Rightarrow$ $F = F_g = mg$.

$W = Fs = mgh$

$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{240 \cdot 10 \cdot 36}{90}\,\mathrm{W} = 960\,\mathrm{W}$

Motor výtahu má výkon 960 W.

Př. 3: Vypočti kolik Joulů je 1 kWh – jednotka práce, která se používá při měření spotřeby elektrického proudu. Do jaké výšky by Tě vyzvedl výtah, kdyby měl vykonat stejně velkou práci?

$W = 1\,\mathrm{kWh}$ $W = ?\,\mathrm{J}$

Stačí použít název jednotky. Jde o práci, kterou vykoná stroj s výkonem 1 kW za 1 hodinu.

$W = Pt$

$W = Pt = 1000 \cdot 3600\,\mathrm{J} = 3600000\,\mathrm{J} = 3{,}6\,\mathrm{MJ}$

Výtah na nás při zvedání musí působit stejně velkou silou jakou nás přitahuje Země:

$W = F_g = mgh \Rightarrow h = \frac{W}{mg} = \frac{3600000}{75 \cdot 10}\,\mathrm{m} = 4800\,\mathrm{m}$

Práce jedné 1kWh představuje 3,6 MJ. Při vynaložení tohoto množství energie by výtah vyzvedl osobu vážící 75 kg do výšky 4800 m.

Př. 4: Motor auta vyvíjí při rychlosti 130 km/h tažnou sílu 500 N. Jaký je jeho výkon?

$v = 130\,\mathrm{km/h} = 36{,}1\,\mathrm{m/s}$ $F = 500\,\mathrm{N}$ $P = ?$

Zkusíme použít vzorec pro výpočet výkonu pomocí práce a času.

$P = \frac{W}{t}$ dosadím za práci $W = Fs$

$P = \frac{Fs}{t} = F\frac{s}{t}$ při rovnoměrném pohybu platí $\frac{s}{t} = v$.

$P = F\frac{s}{t} = Fv$

$P = Fv = 500 \cdot 36{,}1 = 18000\,\mathrm{W} = 18\,\mathrm{kW}$

Motor auta podává výkon 18 kW.

Dodatek: Odvození z předchozího příkladu můžeme napsat také $P=\frac{F\Delta s}{\Delta t}=F\frac{\Delta s}{\Delta t}=F\cdot v$.

Pokud má veličina v význam okamžité rychlost umožňuje nám vztah $P=Fv$ určit okamžitý výkon.

Všechny přístroje mají jednu zásadní vadu: pouze část energie, kterou jim dodáváme dokáží přeměnit v užitečnou práci $\Rightarrow$ porovnáváme přístroje i podle velikosti ztrát.
Rozlišujeme:

- P **- užitečný výkon (výkon)** = výkon, kvůli kterému je přístroj konstruován (u auta výkon vložený do pohybu, u žárovky vyzářený výkon, …)
- P_0 **- příkon** = výkon odebraný ze zdroje energie (u auta výkon obsažený v palivu, u žárovky výkon odebraný ze sítě, …)

Účinnost přístroje je dána poměrem $\eta=\frac{P}{P_0}$. Často se udává v procentech. U reálných zařízení je vždy menší než 1.

Př. 5: Na ohřátí 1,5 litru vody z $7°C$ a $100°C$ je třeba 590000 J. Jak dlouho bude trvat uvaření čaje v konvici o příkonu 2500 W a účinnosti 80%?

Známe práci potřebnou k ohřátí vody $\Rightarrow$ určíme výkon i potřebný čas. Informace o vodě jsou pro výpočet zbytečné.
$P_0=2500\,\text{W}$, $W=590000\,\text{J}$, $\eta=0{,}8$, $t=?$

$W=Pt \Rightarrow t=\frac{W}{P}$

Určíme výkon pomocí příkonu a účinnosti: $\eta=\frac{P}{P_0} \Rightarrow P=\eta P_0$

$t=\frac{W}{P}=\frac{W}{\eta P_0}$

$t=\frac{W}{\eta P_0}=\frac{590000}{0{,}8\cdot 2500}\,\text{s}=295\,\text{s}=4{,}9\,\text{min}$

Ohřátí vody bude trvat přibližně 5 minut.

Pedagogická poznámka: Nejčastější chybou je špatné dosazení za účinnost, kdy studenti píší místo 0,8 vyjádření v procentech 80.

Př. 6: Jaký příkon musí mít elektromotor čerpadla, které vyčerpá za $1\,\text{min}$ vodu a objemu $1\,\text{hl}$ ze studny hluboké 10 m? Hustota vody je $10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tíhové zrychlení $10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$t=1\,\text{min}=60$ s $\quad V=1$ hl $=0{,}1\,\text{m}^3 \quad h=10\,\text{m} \quad \rho=10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \quad g=10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad P=?$

Budeme postupně dosazovat do vzorců, čímž určíme výkon čerpadla. Jeho příkon potom musí být větší.

$P=\frac{W}{t}=\frac{Fs}{t}=\frac{F_g h}{t}=\frac{mgh}{t}=\frac{\rho Vgh}{t}$

$$P=\frac{10^3\cdot 0{,}1\cdot 10\cdot 10}{60}\,\mathrm{W}=170\,\mathrm{W}$$

Příkon elektromotoru musí být větší než $170\,\mathrm{W}$.

Poznámka: Z porovnání výkonu rychlovarné konvice (2500 W) a čerpadla (170 W) je vidět velká energetická náročnost spotřebičů, které slouží k ohřívání. Tento postřeh je snadné ověřit na štítcích elektrických spotřebičů v domácnosti a budeme se jím zabývat v dalším ročníku.

Pedagogická poznámka: Pokud máte k dispozici pouze jednu hodinu, na samostatné řešení následujících příkladů čas nezbude. Přesto se snažím je se studenty alespoň projít.

Př. 7: Odhadni výkon, který je člověk schopen podávat:
a) chvilkově (například po dobu půl minuty),
b) trvale (například po dobu půl hodiny).
Navrhni způsoby, jak odhadované veličiny alespoň přibližně změřit.

a) chvilkově (například po dobu půl minuty)
Změříme dobu, za kterou vyběhneme do vyššího patra.
$m=50\,\mathrm{kg}$, $h=3\,\mathrm{m}$, $t=4\,\mathrm{s}$

$$P=\frac{W}{t}=\frac{F_g\cdot h}{t}=\frac{mgh}{t}=\frac{50\cdot 10\cdot 3}{4}\,\mathrm{W}=375\,\mathrm{W}$$

b) trvale (například po dobu půl hodiny)
Změříme dobu, za kterou vylezeme na vysokou horu (skutečný výkon je větší, protože neuvažujeme výkon nutný na pohyb ve vodorovném směru).
$m=50\,\mathrm{kg}$, $h=150\,\mathrm{m}$, $t=30\,\mathrm{min}=1800\,\mathrm{s}$

$$P=\frac{W}{t}=\frac{F_g\cdot h}{t}=\frac{mgh}{t}=\frac{50\cdot 10\cdot 150}{1800}\,\mathrm{W}=42\,\mathrm{W}$$

Poznámka: Z předchozích odhadů je vidět, že v porovnáním s rychlovarnou konvicí není člověk příliš výkonné zařízení.

Dodatek: Velký rozdíl mezi maximálním krátkodobým dlouhodobým výkonem je dán biologicky.
Krátkodobý maximální výkon je omezen silou zapojených svalů. Při jejich činnosti nedochází k dostatečnému okysličování tkání a narůstá jejich okyselení kyselinou mléčnou.
Při dlouhodobě podávaném výkonu není možné pracovat na kyslíkový dluh a proto je hlavním omezením výkonu schopnost organismu dostatečně okysličovat pracující tkáně.
Proto:
Sprinteři jsou obvykle velmi svalnatí, při dopingu zneužívají látky, které podporují růst svalové hmoty.
Vytrvalci jsou obvykle drobní (nemusí přemisťovat tolik hmoty a tím šetří práci), při dopingu zneužívají látky, které zvyšují schopnost organismu vázat kyslík.

Př. 8: Jednou z proslulých etap cyklistického závodu Tour de France je alpská etapa končící v zimním středisku Alpe d'Huez. Závěrečný výjezd je dlouhý 13,8 km s průměrným stoupáním 8,1%. Urči výkon, který podával v tomto úseku současný rekordman Marco Pantani, pokud mu byl naměřen čas 37 minut, 35 sekund. Hmotnosti: Marco Pantani 58 kg, oblečení a obuv 1 kg, kolo 7 kg. Část výkonu nutnou pro pohyb ve vodorovném směru zanedbej.

$m = 66\,\mathrm{kg}$ $d = 13{,}8\,\mathrm{km} = 13800\,\mathrm{m}$ stoupání : 8,1% $t = 36\,\mathrm{min}\,35\,\mathrm{s} = 2195\,\mathrm{s}$ $P = ?$

Zanedbáváme výkon nutný pro pohyb ve vodorovném směru $\Rightarrow$ výkon podávaný cyklistou odpovídá výkonu nutnému ke zvedání svisle vzhůru $\Rightarrow$ velmi podobný příklad jako předchozí.

Vzorec pro výkon: $P = \frac{W}{t}$.

Vzorec pro práci: $W = Fs = Fh$

Síla, kterou musíme cyklistu zvedat je stejná jako gravitační síla, která ho přitahuje k zemi.

$F = F_g = mg$.

$W = Fs = mgh$

$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$

Určení převýšení: $\text{stoupání} = \frac{\text{převýšení}}{\text{délka trasy}} \Rightarrow \text{převýšení} = \text{stoupání} \cdot \text{délka trasy}$

$h = 0{,}081 \cdot 13800\,\mathrm{m} = 1120\,\mathrm{m}$

Dosazení: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{66 \cdot 10 \cdot 1120}{2195}\,\mathrm{W} = 336\,\mathrm{W}$

Marco Pantani podával při stoupání průměrný výkon 336 W.

Př. 9: Za jak dlouho vyčerpá čerpadlo o výkonu 500 W studnu o průměru 80 cm, hlubokou 6 m, pokud jsou v ní 4 m vody? Jak se bude v průběhu čerpání měnit množství vody vytékající z čerpadla? Přítok vody do studně zanedbej. Hustota vody je $10^3\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

$d = 80\,\mathrm{cm} = 0{,}8\,\mathrm{m} \Rightarrow r = 0{,}4\,\mathrm{m}$ $P = 500\,\mathrm{W}$ $h_0 = 6\,\mathrm{m}$ $v = 4\,\mathrm{m}$ $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ $t = ?$

Na první pohled podobný příklad jako předchozí příklady – práce je určena zvedáním kolmo vzhůru.

Problém: Během čerpání vody klesá její hladina ve studni $\Rightarrow$ čerpadlo zvedá vodu do rostoucí výšky a musí při přečerpání stejného objemu vykonat větší práci $\Rightarrow$ při konstantním výkonu čerpadla se bude množství vody vytékající z čerpadla zmenšovat

Úvaha: vyčerpání 1 l vody do výšky 2 m a 1 litru vody do výšky 6 m vyžaduje stejnou práci jako vyčerpání 2 l vody do výšky 4 m $\Rightarrow$ celkovou vykonanou práci určíme, když vypočteme práci nutnou k vyčerpání obsahu studny do výšky 4 m

$P = \frac{W}{t}$.

$W = Fs = Fh$

$F = F_g = mg = V\rho g = \pi r^2 h \rho g$.

$P = \frac{W}{t} = \frac{F_g h}{t} = \frac{F_g h}{t} = \frac{\pi r^2 v \rho g h}{t} \Rightarrow t = \frac{\pi r^2 v \rho g h}{P}$

Dosazení: $t = \frac{\pi r^2 v \rho g h}{P} = \frac{\pi \cdot 0{,}4^2 \cdot 4 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 4}{1500}\,\mathrm{s} = 161\,\mathrm{s}$

Čerpadlo vyčerpá studnu za 161 s.

Pedagogická poznámka: Pravděpodobnost, že by se k poslednímu příkladu dostala větší část třídy, je při věnování jediné hodiny nulová. Přesto stojí za to nechat přečíst zadání příkladu před koncem hodiny celou třídu a o řešení si alespoň popovídat. Zajímavé je i pokládání dalších otázek jako například: „Kolikrát menší bude průtok čerpadlem na konci než byl na začátku?“.
Minimálně někteří studenti budou potřebovat diskusi o tom, že je jedno v jaké hloubce končí hadice čerpadla a záleží pouze na tom, jak vysoká je hladina vody ve studni (protože do takové výšky vodu v hadici natlačí hydrostatický tlak a teprve poté ji musí čerpadlo začít čerpat dál).

Shrnutí: Výkon udává přírůstek vykonané práce v čase (podobně jako rychlost udává přírůstek dráhy).