

1.5.2 Mechanická práce II

Př. 1: Těleso o hmotnosti 10 kg bylo vytaženo pomocí provazu do výšky 2 m ; poprvé rovnoměrným přímočarým pohybem, podruhé pohybem rovnoměrně zrychleným se zrychlením $2\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V kterém případě bude vykonaná práce větší a proč? Svůj odhad potvrď výpočtem práce, kterou v obou případech vykonala tahová síla provazu.

a) tažení rovnoměrným pohybem

$$W = Fs \quad \text{dosadíme: } F = F_g = m \cdot g \text{ (síla, kterou táhneme musí vyrovnat tíhu tělesa)} \quad s = h$$

$$W = F_g h = mgh \quad W = 10 \cdot 10 \cdot 2 \text{ J} = 200 \text{ J}$$

b) tažení zrychleným pohybem

$$W = Fs \quad \text{dosadíme: } F = F_g + ma = m(g + a)$$

$$W = F \cdot h = m(a + g)h. \quad W = 10(2 + 10)2 \text{ J} = 240 \text{ J}$$

Př. 2: Určete práci, kterou vykoná při tažení saní psí spřežení. K tažení saní je nutná síla 250 N, psi potáhnou saně rychlostí $10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ dvě hodiny. Postroje psího spřežení jsou k saním zapojeny vodorovně.

$$W = Fs \quad s = vt$$

$$W = Fvt \quad W = 250 \cdot 2,8 \cdot 7200 \text{ J} = 5,04 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Př. 3: Na auto, které jede po přibližně rovné dálnici stálou rychlostí 130 km/h, působí proti pohybu vlivem tření a odporu vzduchu stálá síla o velikosti 30 kN. Jak velkou práci auto vykoná během jízdy po dálnici při cestě z Prahy do Poděbrad?

Délka dálnice z Prahy k odbočce na Poděbrady je přibližně 35 km.

$$W = Fs = 30000 \cdot 35000 \text{ J} = 1,05 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Př. 4: Prodloužení nebo stlačení pružiny je přímo úměrné síle, která na ni působí. Tato přímá úměrnost se uvádí v obráceném pořadí $F = k \cdot x$, kde F je působící síla, x je prodloužení nebo zkrácení pružiny a k je konstanta úměrnosti nazývaná tuhost pružiny.

a) V jakých jednotkách se tato konstanta udává?

b) Urči tuto konstantu pro pružinu odpružení osobního automobilu jehož výška nad vozovkou se po naložení 150 kg sníží o 2 cm. Počítej, že tato hmotnost se rozloží rovnoměrně na všechna čtyři kola.

c) Jaká práce se při naložení nákladu na pružinu vykoná?

a) určení jednotek tuhosti pružiny

Jednotky, ve kterých se udává konstanta k , určíme dosazením do definičního vztahu.

$$F = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}} = 1 \text{ N/m}$$

b) určení tuhosti pružiny:

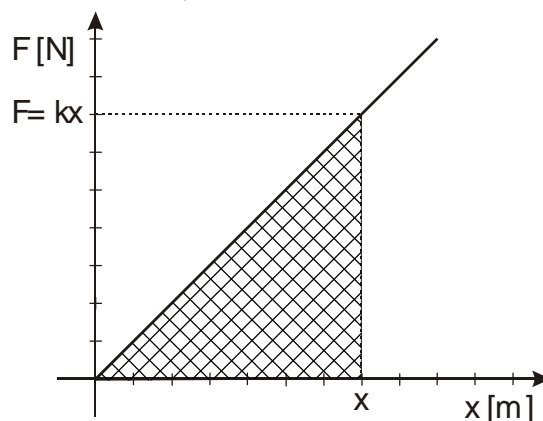
$$F = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F}{x}, \text{ dosadíme: } F = \frac{1}{4} F_g = \frac{1}{4} mg \quad k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{4x} = \frac{150 \cdot 10}{4 \cdot 0,02} \text{ N/m} = 1,9 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

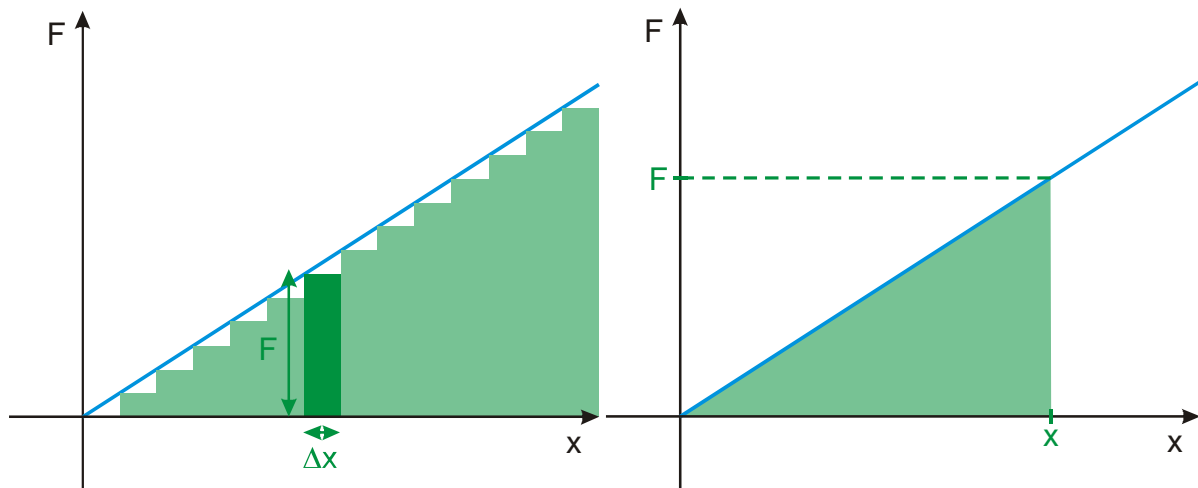
c) určení vykonané práce:

Vzorec pro práci: $W = F \cdot s$

Problém: síla, kterou je pružina stlačována, se mění s jejím stlačením. Velikost síly je dána vztahem

$F = k \cdot x$, síla přímo úměrně roste se stlačením \Rightarrow nemůžeme tedy použít klasický vztah pro práci.





Přesnost výpočtu roste, když zmenšuje Δx , po které předpokládáme konstantní hodnotu síly.
 \Rightarrow Práci určíme jako plochu pod grafem závislosti působící síly na dráze (tzn. na stlačení pružiny).

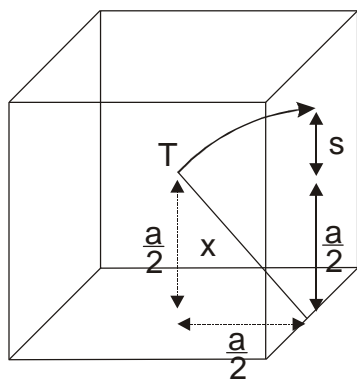
V grafu je nakreslena plocha pod grafem znázorňující vykonanou práci při stlačení od nuly do x - pravouhlý trojúhelník s odvěsnami $F = kx$ (největší působící síla) a x (největší stlačení).

$$W = S_{\Delta} = \frac{ab}{2} = \frac{F \cdot x}{2} = \frac{kx \cdot x}{2} = \frac{1}{2} kx^2 \quad \text{Dosadíme za } k: \quad k = \frac{mg}{4x}$$

$$W = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{4x} x^2 = \frac{1}{8} mgx - \text{práce, kterou vykoná jedna pružina, v autě jsou čtyři} \Rightarrow$$

$$\text{násobíme čtyřmi: } W_c = 4 \frac{1}{8} mgx = \frac{1}{2} mgx \quad W_c = \frac{1}{2} mgx = \frac{1}{2} 150 \cdot 10 \cdot 0,02 \text{ J} = 15 \text{ J}$$

Př. 5: Jak velkou práci vykonáme, překlápíme-li bednu tvaru krychle o hraně a [m] a hmotnosti m [kg], okolo hrany. Bedna je zajištěna tak, aby se během překlápění neposouvala.



$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$s = x - \frac{a}{2} \Rightarrow s = a\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{a}{2}$$

$$W = Fs \Rightarrow W = mg \left(a\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{a}{2} \right) [\text{J}]$$