

## 1.5.1 Mechanická práce I

### Předpoklady:

Práce je velmi vděčné téma k rozhovoru:

- někdo se nadře a práce za ním není žádná,
  - jiný se ani nezapotí a udělá toho spoustu,
- a všichni se cítí nedocenění.

Fyzika je přírodní věda (snaží se být exaktní)  $\Rightarrow$  zavádí práci jako objektivní veličinu  $\Rightarrow$  práce musí být spojená s viditelnou změnou stavu světa.

Práce se značí  $W$  (od anglického slova work) a měří s v Joulech [1J].

**Př. 1:** Rozhodni, zda se v následujících případech koná práce:

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| a) Po podlaze tlačíme skříň.     | b) Zvedáme batoh.                            |
| c) Držíme kýbl plný vody.        | d) Kulička se pohybuje rovnoměrně bez tření. |
| e) Roztáčí se kotouč cirkulárky. | f) Měsíc se rovnoměrně otáčí kolem Země.     |
| g) Automobil zrychluje.          |  |

a) Po podlaze tlačíme skříň.

Dochází ke změně světa. Skříň, která se pohybovala, změní svojí pozici, s velkou pravděpodobností poškrábeme podlahu, ...  $\Rightarrow$  koná se práce.

b) Zvedáme batoh.

Podobná situace jako v bodě a). Navíc zvednutý batoh může spadnout a něco rozbít  $\Rightarrow$  koná se práce.

c) Držíme kýbl plný vody.

Nic se nemění, kýbl je stále na stejném místě. Sice se zapotíme, ale kdyby kýbl držel stůl, bude to jasné ihned  $\Rightarrow$  nekoná se práce.

d) Kulička se pohybuje rovnoměrně bez tření.

Během pohybu se sice nestále mění poloha kuličky, ale ta se měnila i před tím, než jsme situaci začali sledovat. Podél trajektorie kuličky nemůže při neexistenci tření dojít ke změnám.

e) Roztáčí se kotouč cirkulárky.

Mění se rychlost otáčení kotouče, nastává změna  $\Rightarrow$  koná se práce.

f) Měsíc se rovnoměrně otáčí kolem Země.

Podobná situace jako v bodě d), mění se poloha Měsíce, ale nic se nemění na stavu světa, protože obíhání Měsíce okolo Země stále pokračuje  $\Rightarrow$  nekoná se práce.

g) Automobil zrychluje.

Mění se rychlost automobilu a tím i jeho stav  $\Rightarrow$  koná se práce.

Co mají všechny situace, při kterých se koná práce společného?

## Musíme působit silou na určité dráze.

**Př. 2:** Navrhni vzorec pro výpočet práce.

Větší práci při zvedání batohu vykonáme, když:

- zvedáme větší silou (těžší batoh),
- zvedáme do větší výšky (na delší dráze),

$$\Rightarrow W = Fs.$$

$$W = Fs.$$

Jednotka 1 Joule = 1 J = 1 N · 1 m

**Pedagogická poznámka:** Procento studentů, kteří si ze základní školy pamatují vzorec  $W = Fs$  není zas tak nízké. Značná část studentů si však pouze pamatuje vzorec a nemá přehled o tom, co je za ním (některé body prvního příkladu řeší špatně).

**Př. 3:** Vypočti práci, kterou vykonáš při zvednutí kýble s vodou (hmotnost obojího dohromady je 7 kg) do výšky 75 cm nad zemí.

$$m = 7 \text{ kg} \quad h = 75 \text{ cm} = 0,75 \text{ m} \quad W = ?$$

Kýbl musíme zvedat silou, která je stejně velká jako gravitační síla, kterou kýbl přitahuje Země.

$$W = Fs$$

dosadíme  $F = mg$ ,  $s = h$

$$W = mgh$$

$$W = mgh = 7 \cdot 10 \cdot 0,75 \text{ J} = 52,5 \text{ J}$$

Při zvedání kýble vykonáme práci 52,5 J.

**Př. 4:** Zedník má do třetího patra vynést 20 kg cihel. Cihly buď může vynést najednou nebo nadvakrát. Kdy při tom vykoná menší práci? Proč?

Na první pohled se zdá, že zedník v obou případech vykoná stejnou práci (jednou je dvakrát větší síla, podruhé dráha), ale musíme si uvědomit, že kromě cihel zvedá i sebe  $\Rightarrow$  menší práci vykoná, když ponese cihly najednou. Práce na vynesení cihel bude stejná jako v případě dvou cest, ale práce na vynášení sebe sama bude poloviční.

**Př. 5:** Dělník tlačí po vodorovných kolejích vozík o hmotnosti 800 kg. Jakou práci vykoná na dráze 25 m, je-li součinitel tření 0,01?

$$m = 800 \text{ kg} \quad s = 25 \text{ m} \quad f = 0,01 \quad W = ?$$

Dělník tlačí vozík po vodorovných kolejích, a proto musí svou silou překonávat pouze tření vozíku o koleje. Síla, kterou tlačí vozík, tak musí mít stejnou velikost jako třecí síla mezi koly vozíku a kolejí.

$$W = F \cdot s = F_t \cdot s$$

$$F_t = N \cdot f = F_g \cdot f = mgf$$

$$W = F_t \cdot s = m \cdot g \cdot f \cdot s = 0,01 \cdot 800 \cdot 9,8 \cdot 25 = 1960 \text{ J}$$

Dělník vykoná práci 1960 J.

**Př. 6:** Jakou práci vykonáš při přemístění bedny o hmotnosti 50 kg po podlaze o vzdálenost 5 m. Příklad spočítej dvakrát, jednou zanedbej třecí sílu mezi bednou a podlahou, podruhé počítej s koeficientem tření  $f = 0,5$ .

$$m = 50 \text{ kg} \quad s = 5 \text{ m} \quad f = 0,5 \quad W_1 = ? \quad W_2 = ?$$

Použijeme klasický vzorec pro práci  $W = Fs$ .

V prvním případě (při zanedbání třecí síly) je síla nutná k přemístění bedny nulová (když není tření, stačí na přemístění libovolně malá síla).

Ve druhém případě, musíme působit silou, která je stejně velká jako třecí síla, která brání v přesunu krabice.

$$\text{a) } W_1 = Fs = 0 \cdot 5 \text{ J} = 0 \text{ J}$$

$$\text{b) } W_2 = Fs \quad \text{dosadíme: } F = F_t = Nf = mgf$$

$$W_2 = Fs = mgfs$$

$$W_2 = Fs = mgfs = 50 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 5 \text{ J} = 1250 \text{ J}$$

Pokud bychom zanedbali působení třecí síly, k přesunutí krabice by nebylo nutné vykonat žádnou práci. Pokud budeme třecí sílu uvažovat, k přesunutí krabice by bylo třeba vykonat práci 1250 J.

**Pedagogická poznámka:** Značná část studentů se v bodě a) nedokáže smířit s tím, že by za sílu dosazovala nulu a tak za sílu dosadí většinou kolmou tlakovou sílu od podložky. Tato chyba je dobrým odrazovým můstkem k následující diskusi. Prvním čím se tuto chybu snažím vyvracet je porovnání výsledků obou bodů příkladu 6, kde při špatném postupu vychází v bodě a) větší práce než v bodě b), což je zjevný nesmysl.

Ještě se zastavíme u příkladů 6 a 5. Na bednu nepůsobí pouze naše síla, kterou ji přesunujeme, působí na ní i další tři síly: gravitační, síla podložky a tření. Konají i tyto síly při posouvání bedny práci? Platí pro ně vzorec  $W = Fs$ ?

- Gravitační síla a síla podložky práci zřejmě nekonají. Působí i na rovnoměrně se kutálející kuličku, při jejímž pohybu se práce nekoná.
- Třecí síla práci zřejmě koná. Kdyby bedna už jela, tření by ji zastavilo, čímž by změnilo stav krabice a vykonalo by práci. Tento druh práce se trochu liší od práce, kterou vykonává člověk při posunutí bedny. Člověk se snažil změnu (přesun bedny) uskutečnit, zatímco tření změně brání.

⇒ Ani pro jednu ze zmiňovaných sil vzorec  $W = Fs$  neplatí ⇒ něco jsme zapomněli.

Zatím jsme nijak nezohlednili fakt, že síla i posunutí jsou veličiny vektorové. Kromě velikosti mají i směr ⇒ doplníme vzorec o úhel  $\alpha$  (nebo jeho funkci), který oba vektory svírají (úhel popisuje vzájemnou polohu směrů dvou vektorů).

Jakou z goniometrických funkcí použijeme?

$\cos \alpha$ , protože pro  $\alpha = 90^\circ$  (síla je kolmá na posunutí) se práce nekoná (a platí  $\cos 90^\circ = 0$ )

**Mechanickou práci koná těleso při přesunu jiného tělesa po dráze  $s$  za působení síly  $F$ .**

**Její velikost vyjadřuje vztah  $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ , kde  $\alpha$  je úhel, který svírá síla se směrem posunutí.**

**Pokud je působící síla rovnoběžná se směrem posunutí, je  $\cos \alpha = 1$  a člen  $\cos \alpha$  můžeme ve vzorci vynechat.**

**Př. 7:** Při přemístění bedny do vzdálenosti 30 m, jsi vykonal práci 2100 J. Jakou silou jsi musel těleso tahat, jestliže síla, kterou jsi bednu táhl:

- měla směr posunutí tělesa
- svírala s posunutím tělesa úhel o velikosti  $\alpha = 30^\circ$  ?

$$s = 30 \text{ m} \quad W = 2100 \text{ J} \quad \alpha_1 = 0^\circ \quad \alpha_2 = 30^\circ \quad F_1 = ? \quad F_2 = ?$$

V obou případech stačí vyjádřit ze vzorce sílu a dosadit do vzniklého vztahu.

$$W = F s \cos \alpha$$

$$F = \frac{W}{s \cos \alpha}$$

$$\text{a) } F_1 = \frac{W}{s \cos \alpha_1} = \frac{2100}{30 \cdot \cos 0^\circ} \text{ N} = 70 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_2 = \frac{W}{s \cos \alpha_2} = \frac{2100}{30 \cdot \cos 30^\circ} \text{ N} = 80,8 \text{ N}$$

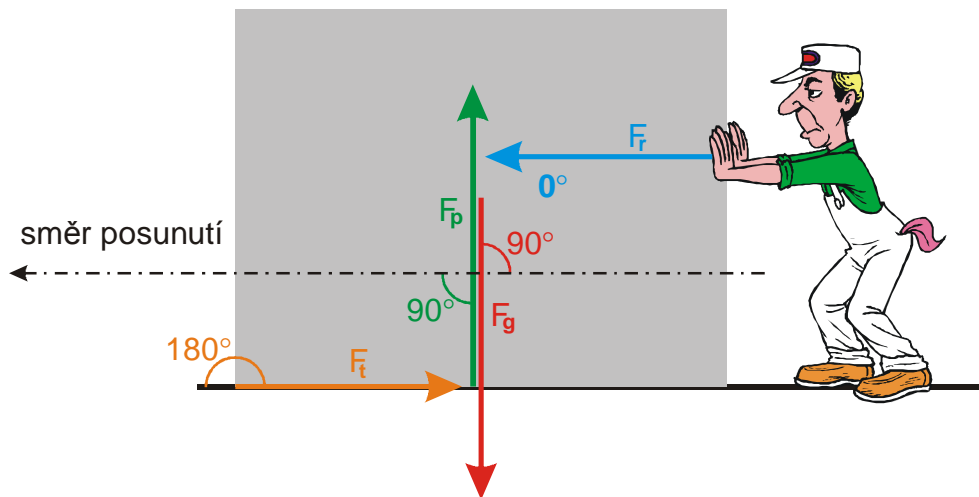
Při přesouvání bedny jsme museli tahat silou 70 N (v případě síly rovnoběžné se směrem posunutí) nebo 81 N (v případě síly svírající s posunutím úhel  $\alpha = 30^\circ$ ).

**Př. 8:** Letí na Tebe míč a ty ho chytíš. Jaké je znaménko práce, kterou konal během chytání míč? Jaké je znaménko práce, kterou jsi konal ty?

Během chytání se míč pohybuje ještě směrem k nám.  $\Rightarrow$

- Míč působí silou směrem k nám (ve směru svého posunutí)  $\Rightarrow$  práce konaná míčem je kladná.
- My působíme na míč směrem ode nás (proti pohybu míče)  $\Rightarrow$  práce konaná námi je záporná.

**Př. 9:** Stěhovák tlačí po vodorovné rovině bednu. Na bednu působí tyto síly: stěhovák silou  $F_r$  ve směru pohybu, třecí síla  $F_t$  proti směru pohybu, gravitační síla  $F_g$  svisle dolů a tlaková síla od podložky  $F_p$  svisle nahoru. Jaké je znaménko práce, kterou koná každá z těchto sil?



K vyřešení příkladu použijeme obrázek. Práce se počítá pomocí vzorce  $W = Fs \cos \alpha$  znaménko práce tedy závisí na velikosti úhlu  $\alpha$ .

- Síla rukou  $F_r$  – síla působí ve směru pohybu bedny  $\Rightarrow \alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow$  práce konaná stěhovákem má kladné znaménko (je to rozumné, stěhovák způsobuje pohyb, změnu a koná tedy kladnou práci).
- Třecí síla  $F_t$  – síla působí proti směru pohybu bedny  $\Rightarrow \alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1 \Rightarrow$  práce konaná třecí silou má záporné znaménko (je to rozumné třecí síla se snaží zabránit změně a tedy koná zápornou práci).
- Gravitační síla  $F_g$  – síla působí kolmo na směr pohybu bedny  $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow$  práce konaná gravitační silou je nulová.
- Síla podložky  $F_p$  – síla působí kolmo na směr pohybu saní  $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow$  práce konaná silou podložky je nulová.

**Dodatek:** Ani vzorec  $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$  není nejideálnějším vzorcem pro výpočet práce. Na vysokoškolské úrovni se používá vzorec  $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ , který pomocí skalárního násobení (nám zatím neznámá operace s vektory) umožňuje určit vykonanou práci přímo ze složek obou vektorů. Všechny vzorce, které jsme odvodili jsou jenom důsledky vlastností této matematické operace.

**Shrnutí:** Fyzikální práce se koná pouze v případě, že nenulová síla působí na nenulové dráze a nesevřává s ní pravý úhel.