

1.2.16 Zákon zachování hybnosti II

Př. 1: Střela o hmotnosti 10 g je vystřelena z pušky o hmotnosti 4 kg rychlostí 800 m/s. Vypočti zpětnou rychlost pušky.

$$0 = m_s v_s + m_p v_p \quad v_p = -\frac{m_s v_s}{m_p} = -\frac{0,01 \cdot 800}{4} \text{ m/s} = -2 \text{ m/s}.$$

Př. 2: Vagón o hmotnosti 4 t jede po vodorovných kolejích rychlostí 0,5 m/s a narazí na vagón o hmotnosti 2 t, který jede týmž směrem rychlostí 0,2 m/s. Při nárazu se oba vagóny spojí a dále se pohybují společně. Urči rychlost po srážce. Tření a odpor vzduchu zanedbej.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) w \quad w = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4000 \cdot 0,5 + 2000 \cdot 0,2}{4000 + 2000} \text{ m/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

Př. 3: Vagón o hmotnosti 4 t jede po vodorovných kolejích rychlostí 0,5 m/s a narazí na vagón o hmotnosti 2 t, který jede proti němu rychlostí 0,3 m/s. Při nárazu se oba vagóny spojí a dále se pohybují společně. Urči rychlost po srážce. Tření a odpor vzduchu zanedbej.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) w \quad w = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4000 \cdot 0,5 + 2000 \cdot (-0,3)}{4000 + 2000} \text{ m/s} = 0,25 \text{ m/s}$$

Př. 4: Střela pohybující se rychlostí 20 m/s vybuchla a roztrhla se na dvě části o hmotnostech 10 kg a 5 kg. Lehčí část střely měla rychlost 90 m/s a pohybovala se ve stejném směru jako střela před roztržením. Urči rychlost těžší části střely.

$$(m_l + m_t) v = m_l w_l + m_t w_t \quad m_t w_t = (m_l + m_t) v - m_l w_l$$
$$w_t = \frac{(m_l + m_t) v - m_l w_l}{m_t} = \frac{(5 + 10) 20 - 5 \cdot 90}{10} \text{ m/s} = -15 \text{ m/s}$$

Př. 5: Na pramici o hmotnosti 60 kg spolu plují kluk o hmotnosti 75 kg a dívka o hmotnosti 50 kg. Pramice s oběma pasažéry se pohybuje rychlostí 2 m/s, když z ní kluk skočí do vody tak, že vodorovná složka jeho rychlosti má velikost 6 m/s. Urči, jakou rychlostí se bude po jeho skoku pohybovat dívka s lodí, pokud kluk vyskočil:
a) ve směru jízdy loďky b) proti směru jízdy loďky.

$$(m_k + m_{dl}) v = m_k w_k + m_{dl} w_{dl} \quad (m_k + m_{dl}) v - m_k w_k = m_{dl} w_{dl}$$

a) Kluk se odráží ve směru jízdy loďky $\Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$, $w_k = 6 \text{ m/s}$

$$w_{dl} = \frac{(m_k + m_{dl}) v - m_k w_k}{m_{dl}} = \frac{(75 + 110) \cdot 2 - 75 \cdot 6}{110} \text{ m/s} = -0,73 \text{ m/s}$$

b) Kluk se odráží proti směru jízdy loďky $\Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$, $w_k = -6 \text{ m/s}$

$$w_{dl} = \frac{(m_k + m_{dl}) v - m_k w_k}{m_{dl}} = \frac{(75 + 110) \cdot 2 - 75 \cdot (-6)}{110} \text{ m/s} = 7,45 \text{ m/s}$$

Př. 6: O kolik kg své váhy přijde kosmická loď o hmotnosti 10 t, když zvýší svou rychlost z 7 km/s na 8 km/s. Spálené palivo opouští trysky lodě přibližně rychlostí 15 km/s. Změnu hmotnosti rakety v průběhu zrychlování zanedbej. Jak by se změnil výsledek, kdybychom ji nezanedbávali?

$$M_l v_1 = m_p v_p + M_l v_2 \quad m_p = \frac{M_l v_1 - M_l v_2}{v_p}$$

$$m_p = \frac{M_l v_1 - M_l v_2}{v_p} = \frac{10000 \cdot 7000 - 10000 \cdot 8000}{-15000} \text{ kg} = 667 \text{ kg}$$

Př. 7: Rozeber z fyzikálního hlediska zatloukání hřebíků. Jaké by měly být vlastnosti kladiva. Proč se hřebíky snadno zatloukají do pevně opřených předmětů? Proč je při zatloukání hřebíku do pohyblivého předmětu vhodné jej na druhé straně podepřít sekýrou nebo jiným těžkým předmětem?

Př. 8: Kámen o hmotnosti 0,1 kg leží na vodorovném hladkém ledu. Střela o hmotnosti 2,5 g letící vodorovně rychlostí 400 m/s narazí na kámen a odrazí se kolmo ke svému původnímu směru rychlostí 300 m/s. Vypočti velikost rychlosti kamene po nárazu střely a urči směr, v němž se kámen po nárazu bude pohybovat. Tření mezi ledem a kamenem zanedbej.

$$0 = m_k v_{ky} + m_s v_{s2} \Rightarrow v_{ky} = -\frac{m_s v_{s2}}{m_k} \quad v_{kx} = \frac{m_s v_{s1}}{m_k} = \frac{0,0025 \cdot 400}{0,1} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{ky} = -\frac{m_s v_{s2}}{m_k} = -\frac{0,0025 \cdot (-300)}{0,1} \text{ m/s} = 7,5 \text{ m/s}$$

$$v_k = \sqrt{v_{kx}^2 + v_{ky}^2} = \sqrt{10^2 + 7,5^2} \text{ m/s} = 12,5 \text{ m/s} \quad \text{tg } \alpha = \frac{v_{ky}}{v_{kx}} = \frac{7,5}{10} \Rightarrow \alpha = 36^\circ 52' \doteq 37^\circ$$

Př. 9: Při vyšetřování automobilových havárií policisté určují rychlost vozidel při nárazu ze stop pneumatik. Urči přibližnou rychlost škodovky, která brzdila 20 m před srážkou a po ní ještě odtlačila v okamžiku srážky stojící druhou škodovku o 8 m. Hmotnost obou automobilů byla přibližně stejná, koeficient tření mezi pneumatikami škodovky a silnicí byl v době havárie 0,7.

a) rovnoměrně zpomalený pohyb aut po srážce

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2m_s g f}{2m_s} = g f$$

$$v^2 = 2sa \quad v = \sqrt{2sa} \quad \text{Doplníme k veličinám indexy: } v_2 = \sqrt{2s_2 g f} .$$

b) srážka obou aut

$$v_1 m_s + 0 = v_2 (m_s + m_s) \quad v_1 m_s = 2v_2 m_s \quad v_1 = 2v_2 = 2\sqrt{2s_2 g f}$$

c) rovnoměrně zpomalený pohyb škodovky před srážkou

$$s = v_0 \left(\frac{v_0 - v}{a} \right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0 - v}{a} \right)^2 = \frac{v_0^2 - v_0 v}{a} - \frac{1}{2} a \frac{v_0^2 - 2v_0 v + v^2}{a^2}$$

$$s = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v}{2a} - \frac{v_0^2 - 2v_0 v + v^2}{2a} = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v - (v_0^2 - 2v_0 v + v^2)}{2a} = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$

$$2sa = v_0^2 - v^2$$

$$v_0^2 = v^2 + 2sa$$

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2sa}$$

Doplníme k veličinám indexy: $v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2s_1 a}$.

Dosadíme za zrychlení: $v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2s_1 g f}$.

Dosadíme do vztahu za v_1 : $v_0 = \sqrt{(2\sqrt{2s_2 g f})^2 + 2s_1 g f} = \sqrt{4 \cdot 2s_2 g f + 2s_1 g f} = \sqrt{2g f (s_1 + 4s_2)}$.

$$v_0 = \sqrt{2g f (s_1 + 4s_2)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,7 (20 + 4 \cdot 8)} \text{ m/s} = 27 \text{ m/s} = 97 \text{ km/h}$$

Havarující škodovka měla ve chvíli, kdy začala brzdit přibližně rychlost 97 km/h.