1.2.13 Nakloněná rovina II

Př. 1: Koeficient statického tření mezi krabičkou a dřevem je $f_0 = 0,3$. Urči maximální úhel nakloněné roviny, při kterém se krabička samovolně nerozjede. Jak se bude pohybovat, pokud do ní na nakloněné rovině s tímto úhlem strčíme?

při maximálním úhlu se tyto dvě síly rovnají: $F_{gr} = F_t$.

Dosadíme: $F_{gr} = mg\sin\alpha$ $\quad$ $F_t = N \cdot f = F_{gk} f = mg\cos\alpha \cdot f$

$mg\sin\alpha = mg\cos\alpha f$ $\quad$ $\sin\alpha = \cos\alpha f$ $\quad$ $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mathrm{tg}\alpha = f$

Dosazení: $\mathrm{tg}\alpha = f = 0,3 \Rightarrow \alpha = \mathrm{arctg}0,3 = 16°42'$

Př. 2: Změř pomocí nakloněné roviny hodnotu klidového tření mezi dvěma povrchy. Porovnej zjištěnou hodnotu s naměřenou hodnotou dynamického tření. Demonstruj pomocí nakloněné roviny, že statická třecí síla je větší než dynamická třecí síla.

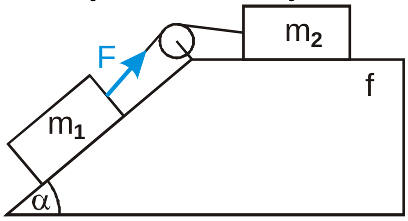
Například pro pokusný kvádřík na sololitu platí: $\alpha_{\max} = 23°$.

$f = \mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}\,23° = 0,42$

Pedagogická poznámka: Pokud máte jenom trochu času změřte koeficient tření přímo pomocí sil F_g a F_t, aby studenti viděli, že obě zcela odlišné metody dávají stejný výsledek.

Pedagogická poznámka: Osobně se mi líbí, že se studenti procvičují v řešení příkladů „od rozboru sil“ a v postupném řešení. Největším problémem pro studenty je rozdělení příkladů na postupné kroky:

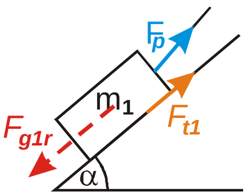
Př. 3: Urči zrychlení soustavy na obrázku. Urči velikost vyznačené síly F. Tření uvažuj.



$m_1 = 2\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 40°$, $f = 0,3$.

Dosadíme do vzorce: $a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1r} - F_{t1} - F_{t2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha \cdot f - m_2 gf}{m_1 + m_2}$.

Spočteme hodnotu zrychlení: $a = \frac{2\cdot 10\sin 40° - 2\cdot 10\cos 40\cdot 0,3 - 1\cdot 10\cdot 0,3}{2+1}\,\mathrm{m/s^2} = 1,75\,\mathrm{m/s^2}$



Závaží zrychluje směrem dolů: $F_v = F_{g1r} - F_p - F_{t1}$.

Vyjádříme $F_p : F_p = F_{g1r} - F_{t1} - F_v = m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha \cdot f - am_1$

Dosazení: $F_p = m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha \cdot f - am_1 =$
$= 2\cdot 10\sin 40° - 2\cdot 10\cdot\cos 40°\cdot 0,3 - 2\cdot 1,75\,\mathrm{N} = 4,76\,\mathrm{N}$

Př. 4: Urči zrychlení soustavy na obrázku. Urči velikost vyznačené síly F. Tření uvažuj.

$m_1 = 1\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 50°$, $f = 0,6$.

Dosadíme do vzorce: $a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g2} - F_{t1} - F_{g1r}}{m_1 + m_2} = \frac{mg_2 - m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha \cdot f}{m_1 + m_2}$.

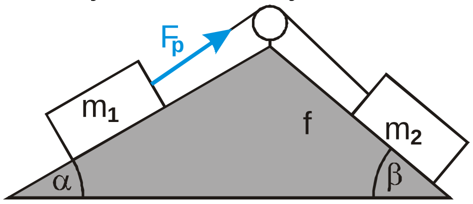
Spočteme hodnotu zrychlení: $a = \frac{2\cdot 10 - 1\cdot 10\sin 50° - 1\cdot 10\cos 50°\cdot 0,6}{1+2}\,\mathrm{m/s^2} = 0,27\,\mathrm{m/s^2}$

Závaží zrychluje směrem dolů: $F_v = F_{g2} - F_p$

Vyjádříme F_p: $F_p = F_{g2} - F_v = m_2 g - a m_2$

Spočteme hodnotu: $F_p = m_2 g - a m_2 = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 0,27\ \text{N} = 19,46\ \text{N}$

Př. 5: Urči zrychlení soustavy na obrázku. Urči velikost vyznačené síly F. Tření uvažuj.



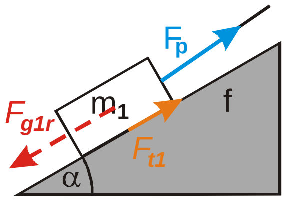
$m_1 = 3\,\text{kg}$, $m_2 = 2\,\text{kg}$, $\alpha = 30°$, $\beta = 40°$, $f = 0,4$.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1r} - F_{g2r} - F_{t1} - F_{t2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g \sin\alpha - m_2 g \sin\beta - m_1 g \cos\alpha \cdot f - m_2 g \cos\beta \cdot f}{m_1 + m_2}.$$

$$a = \frac{3 \cdot 10 \sin 30° - 2 \cdot 10 \sin 40° - 3 \cdot 10 \cos 30° \cdot 0,4 - 2 \cdot 10 \cos 40° \cdot 0,4}{3+2} = \frac{-14,4}{5} \Rightarrow \text{nejede}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g2r} - F_{g1r} - F_{t1} - F_{t2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g \sin\beta - m_1 g \sin\alpha - m_1 g \cos\alpha \cdot f - m_2 g \cos\beta \cdot f}{m_1 + m_2}.$$

$$a = \frac{2 \cdot 10 \sin 40° - 3 \cdot 10 \sin 30° - 3 \cdot 10 \cos 30° \cdot 0,4 - 2 \cdot 10 \cos 40° \cdot 0,4}{3+2} = \frac{-18,7}{5} \Rightarrow \text{nejede}$$



Závaží je v klidu $\Rightarrow$ výsledná síla je nulová: $F_{g1r} = F_p + F_{t1}$

$F_p = F_{g1r} - F_{t1} = m_1 g \sin\alpha - m_1 g \cos\alpha \cdot f =$

$= 3 \cdot 10 \sin 30° - 3 \cdot 10 \cdot \cos 30° \cdot 0,4\ \text{N} = 4,6\ \text{N}$

Poznámka: $F_{g1r} = m_1 g \sin\alpha = 3 \cdot 10 \sin 30°\ \text{N} = 15\ \text{N}$

$F_{g2r} = m_2 g \sin\beta = 2 \cdot 10 \cdot \sin 40°\ \text{N} = 12,9\ \text{N}$ $F_{t1} = m_1 g \cos\alpha \cdot f = 3 \cdot 10 \cdot \cos 30° \cdot 0,4\ \text{N} = 10,4\ \text{N}$

$F_{t2} = m_2 g \cos\beta \cdot f = 2 \cdot 10 \cdot \cos 40° \cdot 0,4\ \text{N} = 6,1\ \text{N}$ $F_{g1r} - F_{t1} = 15 - 10,4\ \text{N} = 4,6\ \text{N}$.

Př. 6: Urči maximální hodnotu koeficientu tření, při které by se soustava z předchozího příkladu dala do pohybu.

Výsledná síla: $F = F_{g1r} - F_{g2r} - F_{t1} - F_{t2}$, soustava se nepohybuje pokud $F = 0$.

Dosadíme: $f = \dfrac{m_1 g \sin\alpha - m_2 g \sin\beta}{m_1 g \cos\alpha + m_2 g \cos\beta} = \dfrac{3 \cdot 10 \cdot \sin 30° - 2 \cdot 10 \cdot \sin 40°}{3 \cdot 10 \cdot \cos 30° + 2 \cdot 10 \cdot \cos 40°} = 0,052$.

Př. 7: Urči zrychlení soustavy na obrázku. (protože nejsou zadány konkrétní hodnoty, sestav obecný vztah).

$$a = \frac{F}{m} = \frac{m_1 g + m_2 g \sin\alpha + m_3 g \sin\beta - m_2 g \cos\alpha \cdot f - m_3 g \cos\beta \cdot f - m_4 g \cdot f}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}.$$