

1.2.5 2. Newtonův zákon II

Předpoklady: 1204

Př. 1: Dvě stejné koule o různých hmotnostech začaly padat ve stejném okamžiku ze stejné výšky nad povrchem Měsíce. Dopadnou stejně? Proč? Jak by pokus dopadl na Zemi?

Zrychlení tělesa na Měsíci: $a = \frac{F}{m} = \frac{mg_M}{m} = g_M \Rightarrow$ zrychlení nezávisí na hmotnosti předmětu

(podle očekávání) a protože na Měsíci není atmosféra a tedy ani odpor vzduchu, všechna tělesa by měla ze stejné výšky padat naprosto stejně a tedy i dopadnout ve stejný okamžik. Výsledek stejného pokusu na Zemi závisí na tom, jestli pokus probíhá za normálních podmínek nebo v prostoru s vyčerpaným vzduchem.

Ve vzduchoprázdnu dopadnou obě koule stejně jako na Měsíci (pouze padají s větším zrychlením).

Za přítomnosti vzduchu začne na obě koule působit odpor vzduchu a pak bude těžší koule padat rychleji. Působí na ní větší gravitační síla a proto není působení odporu tak znatelné jako u lehčí koule (při stejném odporu vzduchu bude výsledná síla způsobující zrychlování pádu větší).

Př. 2: Rozhodni zda je pravda, že těžší tělesa padají na Zemi kvůli odporu vzduchu s větším zrychlením (a tedy rychleji).

Není to pravda. Kromě hmotnosti záleží i na tvaru a ploše předmětu. Ve většině případů platí, že těžší tělesa padají rychleji, ale není to tak vždy.

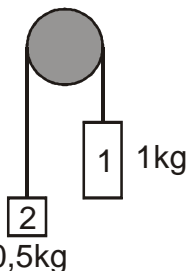
Stačí si vzít list papíru, malý kus z něj utrhout a zmuchlat. Ačkoliv je zmuchlaný kousek lehčí než zbytek nezmuchlaného papíru, bude padat viditelně rychleji.

Pedagogická poznámka: Část studentů bude se zadáním příkladu souhlasit. Nechte je, aby vysvětlili svůj závěr ostatním, kteří by v jejich argumentaci měli najít chyby.

Pedagogická poznámka: Následující příklad studenti v naprosté většině případů nevyřeší. Po krátké chvíli je třeba příklad dořešit u tabule.

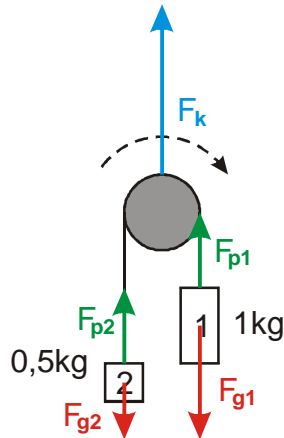
Př. 3: Přes velmi lehkou kladku je přehozen provázek a jeho koncích jsou zavěšena závaží o hmotnostech 1 a 0,5 kg. S jakým zrychlením se bude soustava obou závaží pohybovat? Tření, hmotnost kladky i provázku zanedbej.

Obrázek situace:



Obě závaží se snaží strhnout provázek na svou stranu, větší silou působí těžší závaží \Rightarrow provázek se bude pohybovat za ním.

Nakreslíme do obrázku síly, které působí na obě závaží.



Působící síly jsou nakresleny třemi různými barvami:

- Červeně zakreslené síly F_{g1} a F_{g2} působí ve směru, kterým zrychlují závaží (síla F_{g1} ve stejném směru, síla F_{g2} proti němu) \Rightarrow obě mají vliv na velikost zrychlení.
- Modře nakreslená síla F_k působí kolmo na směr, ve kterém se v daném místě pohybuje provázek \Rightarrow nemá vliv na velikost zrychlení (pouze zabraňuje pádu provázku ve svislém směru).
- Zelené síly provázku F_{p1} a F_{p2} na obě závaží sice působí ve směru zrychlování provázku, ale jsou stejně velké, opačného směru a proto se navzájem vyruší \Rightarrow nemají vliv na velikost zrychlení.

Výsledná síla způsobující zrychlování soustavy obou závaží: $F = F_{g1} - F_{g2}$ (síla F_{g2} se snaží zabránit roztáčení kladky ve směru hodinových ručiček).

Hmotnost soustavy, která zrychluje: $m = m_1 + m_2$.

$$\text{Zrychlení soustavy: } a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1} - F_{g2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}.$$

$$\text{Dosazení: } a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 10 \frac{1 - 0,5}{1 + 0,5} \text{ m/s}^2 = 3,3 \text{ m/s}^2.$$

Soustava závaží se bude pohybovat se zrychlením $3,3 \text{ m/s}^2$.

Dodatek: Ke stejné velikosti sil F_{p1} a F_{p2} . Pokud si představíme provázek jako zprostředkovatele vzájemného působení obou závaží (závaží jsou spojena provázkem, aby se na sebe mohla vzájemně působit) je jasné, že síly F_{p1} a F_{p2} tvoří partnerskou dvojici, která musí mít stejnou velikost. Síly nemají opačný směr, je to však způsobeno kladkou, která „zatáčí“ provázek. Pokud bychom si představili provázek vodorovný, síly by opačný směr měly.

Zrychlení soustavy předmětů způsobují pouze síly, kterými působí okolní předměty. Do výsledné působící síly započítáváme pouze síly (nebo jejich složky), které působí ve směru pohybu.

Vzájemné působení jednotlivých částí se navzájem vyruší (je tvořeno partnerskými silami).

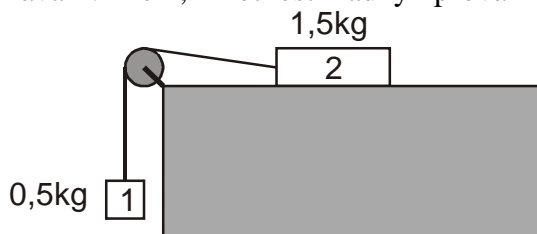
Pedagogická poznámka: Po vyřešení příkladu se studentů ptám na vzájemnou velikost sil F_{g1} , F_{p1} (F_{g2} , F_{p2}). Jde o to, aby studenti byli schopni vysvětlit, která z nich a proč je větší (například ve dvojici F_{g1} , F_{p1} je větší síla F_{g1} , která působí ve směru zrychlování).

Pedagogická poznámka: Způsob řešení uvedený výše bývá často odmítán jako špatný (jednotlivá závaží zrychlují v různých směrech a tak není možné počítat jejich společné zrychlení). Když si představíme místo soustavy závaží provázek na podstatě problému se nic nemění (opět různé části provázků zrychlují v různých směrech) a přesto je možné mluvit o zrychlování provázku jako celku. Zmiňovaná diskuse opomíjí hlavní problém. Doporučované řešení těchto příkladů

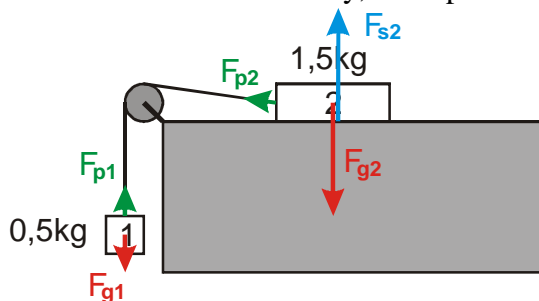
(například ve sbírce úloh pro gymnázia od K. Bartušky) je v tomto okamžiku zcela mimo možnosti studentů. Proto je v této učebnici zmíněno až později, ve chvíli, kdy studenti nabudou větší jistoty při počítání se silami.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad (a několik následujících) bývá ve Strakonických označován jako vozíčky. Dlouhou dobu jsem byl poměrně skeptický k jejich užitečnosti. Po letošních zkušenostech jsem si jich začal více vážit. Ukázalo se, že pro studenty jsou dobrou příležitostí k tomu, aby se naučili rozlišovat, která síla má na výsledný pohyb vliv a která ne. Důležité je zdůraznit studentům, že neexistuje žádný postup, který by jim umožnil příklad vyřešit bez zamyšlení se nad konkrétní situací a působícími silami. Jedinou jistotou je vztah $a = \frac{F}{m}$, do kterého musíme dosadit výslednou sílu spočtenou v každém příkladě jinak v závislosti na konkrétní situaci.

Př. 4: Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Jakou silou působí provázek na každé ze závaží? Tření, hmotnost kladky i provázku zanedbej.



Nakreslíme do obrázku síly, které působí na jednotlivá závaží.

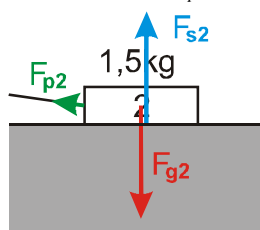


- Síly F_{g2} a F_{s2} se navzájem vruší \Rightarrow neovlivňují urychlování soustavy (navíc působí kolmo na směr zrychlování).
- Síly F_{p1} a F_{p2} se navzájem vruší (pouze drží soustavu pohromadě) \Rightarrow neovlivňují urychlování soustavy.

\Rightarrow Jedinou silou, která způsobuje urychlování soustavy je síla F_{g1} .

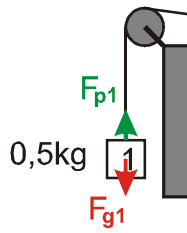
$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{0,5 \cdot 10}{0,5 + 1,5} \text{ m/s}^2 = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Výpočet sil F_{p2} a F_{p1} (zkoumáme vždy pouze závaží, na které působí):



Síly F_{g2} a F_{s2} se navzájem vruší \Rightarrow síla F_{p2} je rovna výslednici, která urychluje závaží 2 \Rightarrow

$$a = \frac{F_{p2}}{m_2} \Rightarrow F_{p2} = a m_2 = 2,5 \cdot 1,5 \text{ N} = 3,75 \text{ N}$$



Síla F_{p1} působí proti síle F_{g1} a jejich rozdíl se rovná výslednici F_{v1} , která urychluje závaží 1 \Rightarrow platí $F_{v1} = F_{g1} - F_{p1}$.

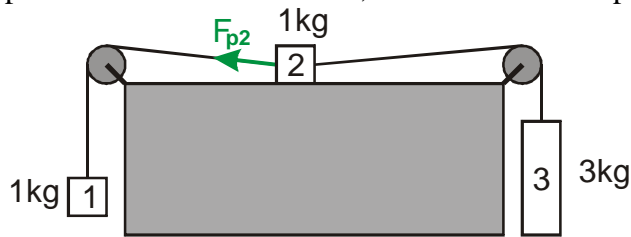
$$\Rightarrow a = \frac{F_{v1}}{m_1} \Rightarrow F_{v1} = am_1$$

$$F_{g1} - F_{p1} = am_1 \Rightarrow F_{p1} = F_{g1} - am_1 = m_1g - m_1a = m_1(g - a) = 0,5(10 - 2,5) \text{ N} = 3,75 \text{ N}$$

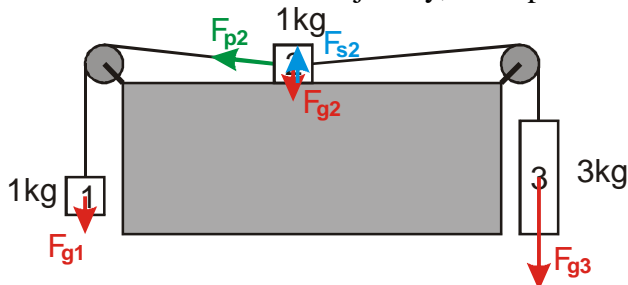
Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením $2,5 \text{ m/s}^2$, provázek působí na obě závaží silami o stejné velikosti $3,75 \text{ N}$.

Dodatek: Na dvojici sil F_{p1} a F_{p2} můžeme opět koukat jako na dvojici partnerských sil zprostředkovanou provázkem. Síla F_{p1} je silou, kterou působí závaží 2 na závaží 1, síla F_{p2} je pak silou, kterou působí závaží 1 na závaží 2.

Př. 5: Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 2. Tření, hmotnost kladek i provázku zanedbej.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:



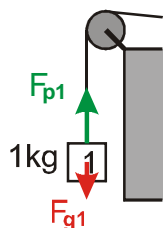
- Síly F_{g2} a F_{s2} se navzájem vruší (navíc jsou kolmé na směr zrychlování) \Rightarrow neovlivňují urychlování soustavy.

\Rightarrow Zrychlování soustavy ovlivňují síly F_{g1} a F_{g3} .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g3} - F_{g1}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3g - m_1g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{3 \cdot 10 - 1 \cdot 10}{1 + 1 + 3} \text{ m/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

Výpočet síly F_{p2} :

Síla F_{p2} působí na závaží 2, na které působí i síla od provázku z druhé strany \Rightarrow těžký výpočet. Naštěstí je síla F_{p2} stejně velká jako síla F_{p1} \Rightarrow určíme sílu F_{p1} .



Síla F_{p1} působí proti síle F_{g1} a jejich rozdíl se rovná výslednici F_{v1} , která urychluje závaží 1. \Rightarrow Platí $F_{v1} = F_{p1} - F_{g1}$ (závaží zrychluje směrem nahoru)

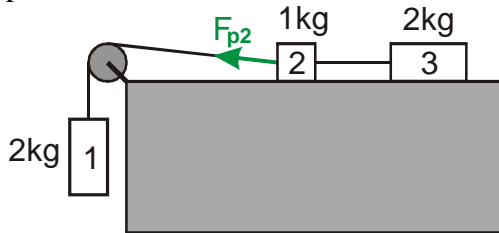
$$\Rightarrow a = \frac{F_{v1}}{m_1} \Rightarrow F_{v1} = am_1$$

$$F_{p1} - F_{g1} = am_1 \Rightarrow F_{p1} = F_{g1} + am_1 = m_1g + m_1a = m_1(g + a) = 1(10 + 4) \text{ N} = 14 \text{ N}$$

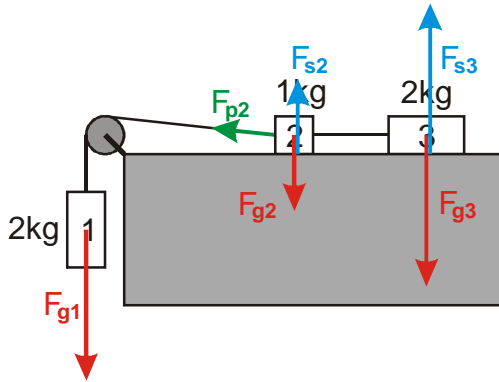
Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením 4 m/s^2 , provázek působí na závaží 2 silou o velikosti 14 N .

Pedagogická poznámka: Výpočet síly bývá pro studenty značným oříškem. Pokud je čas, nechte studenty napsat vztahy, které by umožnily výpočet jiných „provázkových“ sil.

Př. 6: Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 2. Tření, hmotnost kladek i provázku zanedbej.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:



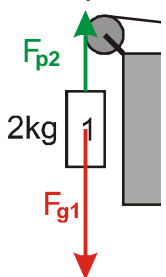
- Síly F_{g2} a F_{s2} neovlivňují urychlování soustavy.
- Síly F_{g3} a F_{s3} neovlivňují urychlování soustavy.

⇒ Jedinou silou, která způsobuje urychlování soustavy je síla F_{g1} .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2 \cdot 10}{2 + 1 + 2} \text{ m/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

Výpočet síly F_{p2} :

Síla F_{p2} je stejně velká jako síla F_{p1} ⇒ určíme sílu F_{p1} .



Síla F_{p1} působí proti síle F_{g1} a jejich rozdíl se rovná výslednici F_{v1} , která urychluje závaží 1. ⇒ Platí: $F_{v1} = F_{g1} - F_{p1}$. ⇒

$$a = \frac{F_{v1}}{m_1} \Rightarrow F_{v1} = am_1$$

$$F_{g1} - F_{p1} = am_1 \Rightarrow F_{p1} = F_{g1} - am_1 = m_1 g - m_1 a = m_1 (g - a) = 2(10 - 4) \text{ N} = 12 \text{ N}$$

Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením 4 m/s^2 , provázek působí na závaží 2 silou o velikosti 14 N .

Dodatek: Sílu F_{p2} můžeme spočítat i přímo bez použití síly F_{p1} . Síla F_{p2} způsobuje urychlování závaží 2 a 3 \Rightarrow musí platit:

$$F_{p2} = m_2 a + m_3 a = a(m_2 + m_3) = 4(1 + 2) \text{ N} = 12 \text{ N}.$$

Fakt, že oběma způsoby jsme získali stejný výsledek, nám slouží jako částečná kontrola správnosti řešení.

Pedagogická poznámka: Při řešení předchozích příkladů je třeba postupovat tak, aby zbylo alespoň sedm minut na následující příklad.

Př. 7: Automobil zrychlí z 0 km/h na 100 km/h za 8 s. Urči velikost síly, která auto uvádí do pohybu, pokud automobil váží 1,6 tuny. Předpokládej rovnoměrně zrychlený pohyb auta.

$$v = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}, \Delta t = 8 \text{ s}, m = 1,6 \text{ t} = 1600 \text{ kg}, F = ?$$

Velikost síly způsobující zrychlení můžeme určit z 2. Newtonova zákona: $a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = ma$.

$$\Rightarrow \text{Musíme určit velikost zrychlení: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

$$\Delta v = v - 0 = 27,8 \text{ m/s}$$

$$\text{Dosazení: } F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1600 \cdot \frac{27,8}{8} \text{ N} = 5560 \text{ N}$$

Auto urychluje síla o velikosti 5560 N.

Shrnutí: