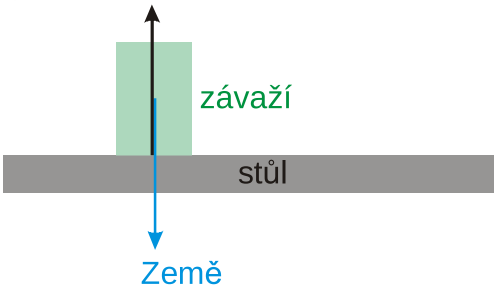
1.1.24 Skaláry a vektory

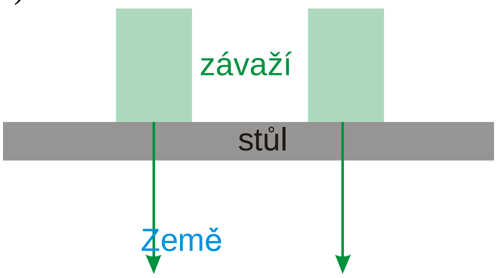
Předpoklady: 1123

Př. 1: Vyřeš následující příklady:
a) Na stole je položeno závaží o hmotnosti 2 kg. Na závaží působí gravitační síla Země o velikosti 20 N a tlaková síla od stolu o velikosti 20N. Jaká celková síla působí na závaží ?
b) Vedle prvního závaží položíme na stůl druhé závaží o hmotnosti dvou kilogramů. Jaká je celková hmotnost závaží položených na stole nyní?
c) Jakou celkovou silou tlačí obě závaží z předchozího příkladu na stůl?

a)



Síly jsou stejně velké a působí proti sobě $\Rightarrow$ výslednice je nulová.
b)
Celková hmotnost závaží položených na stole je 4 kg.
c)



Obě závaží tlačí silou 20 N stejným směrem $\Rightarrow$ závaží působí na stůl celkovou silou 40 N.

Poznámka: Protože každé ze závaží působí na stůl v jiném místě, nemůžeme přímo říci, že se jejich síly skládají v jednu sílu o velikosti 40 N.

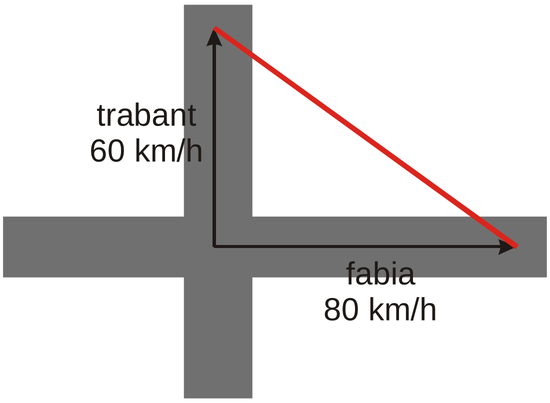
Př. 2: Zkus najít důvod, proč ses měl zabývat nedůstojně jednoduchým příkladem 1.

Zřejmě máme z předchozího příkladu vyvodit nějaké obecnější závěry.

Př. 3: Z pravoúhlé křižovatky dvou silnic vyjela dvě auta, fabie rychlostí 80 km/h a trabant rychlostí 60 km/h. Jak rychle se od sebe vzdalují ?

Příklad nemá jediné řešení:
- Pokud auta jedou proti sobě vzdalují se od sebe rychlostí $60+80\,\text{km/h}=140\,\text{km/h}$
- Pokud auta jedou stejným směrem vzdalují se od sebe rychlostí $80-60\,\text{km/h}=20\,\text{km/h}$.

- Pokud jsou směry pohybu aut na sebe kolmé, vzdalují se rychlostí: $v_v = \sqrt{v_f^2 + v_t^2} = \sqrt{80+60}$ km/h $= 140$ km/h



V předchozím příkladu jsme měli velké štěstí. Kdyby auta nejela po silnicích, bylo by výsledků nekonečně mnoho.
$\Rightarrow$ čísla, kterými jsme udávali velikosti rychlostí, neříkají o rychlosti všechno

Existují dva druhy fyzikálních veličin:

- **skaláry** (například hmotnost) = veličiny, které mají pouze velikost (a proto se vždy sčítají), popisujeme je jediným číslem (velikostí)
- **vektory** (například síla nebo rychlost) = veličiny, které mají velikost a směr (někdy se sčítají, někdy se odčítají), jediné číslo na jejich kompletní zachycení nestačí
  vektory značíme tlustou kurzívou: $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{v}$
  pokud mluvíme pouze o jejich velikost používáme kurzívu normální: F, v

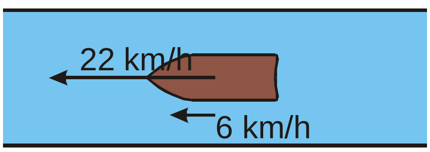
Pro znázorňování vektorů používáme šipky:

- délka šipky odpovídá velikosti vektoru
- směr šipky odpovídá směru vektoru

Př. 4: Motorový člun pluje se zapnutým motorem na jezeře rychlostí 22 km/h. Doplňte do tabulky velikosti rychlostí., pluje-li na řece, která teče rychlostí 6 km/h.

	rychlost vzhledem ke břehu	**rychlost vzhledem k vodě**
člun pluje po proudu		
člun pluje proti proudu		
člun má vypnutý motor		

Ze břehu vidíme toto:



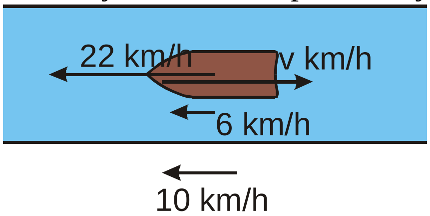
$\Rightarrow$ rychlost člunu vůči břehu získáme jako součet obou rychlostí $22 + 6$ km/h $= 28$ km/h. Stejně doplníme zbytek tabulky:

	rychlost vzhledem ke břehu	**rychlost vzhledem k vodě**
člun pluje po proudu	28 km/h	22 km/h
člun pluje proti proudu	16 km/h	22 km/h

člun má vypnutý motor	6 km/h	0 km/h

Př. 5: Na člunu z předchozího příkladu se zapnutým motorem jedoucím po proudu běží kapitán od přídi k zádi. Z břehu mu byla naměřena rychlost o velikosti 10 km/h. Zjisti, jakou rychlostí kapitán běžel. Kolik má příklad řešení? Která z nich jsou reálná?

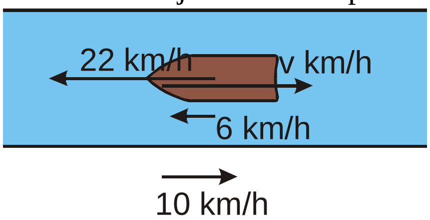
Situace je rozhodně nepřehlednější než v minulém příkladě $\Rightarrow$ obrázek je nezbytností:



rychlost, kterou vidíme ze břehu vznikla ze všech tří rychlostí dohromady. Musí platit $22+6-v=10 \Rightarrow v=18\,\text{km/h}$

Můžeme použít i rovnici bez záporného znaménka: $22+6+v=10 \Rightarrow v=-18\,\text{km/h}$ Při tomto výpočtu jsme postupovali vektorově, záporné znaménko u výsledné rychlosti znamená, že kapitán běžel v opačném směru, než jsou směry ostatních rychlostí. (stejný princip jsme používali pro zrychlení u rovnic rovnoměrně zrychleného pohybu).

18 km/h není jediné řešení příkladu. Obrázek může vypadat i takto:



$22+6-v=-10 \Rightarrow v=38\,\text{km/h}$

$22-6+v=-10 \Rightarrow v=-38\,\text{km/h}$

$\Rightarrow$ kapitán běžel rychlostí 38 km/h (což už je docela dost).

Pokud bychom chtěli, aby předchozí příklad měl jediné řešení, museli bychom jednoznačně říct, ve kterém směru jsme kapitánovi rychlost z břehu naměřili.

Př. 6: (BONUS) Dořeš předchozí příklad pro všechny možné situace uvedené v tabulce:

	rychlost kapitána vzhledem ke břehu	**rychlost kapitána vzhledem k lodi**
člun pluje po proudu	10 km/h	
člun pluje proti proudu	2 km/h	
člun má vypnutý motor	12 km/h	

	rychlost kapitána vzhledem ke břehu	**rychlost kapitána vzhledem k lodi**
člun pluje po proudu	10 km/h	18 km/h 38 km/h

člun pluje proti proudu	2 km/h	18 km/h 14 km/h
člun má vypnutý motor	12 km/h	18 km/h 6 km/h

Silou fyziky je předpovídání, které provádíme pomocí matematických výpočtů. Pokud chceme cokoliv používat musíme s tím umět provádět matematické operace.

Skaláry = žádný problém. Jde o čísla a počítání s čísly z matematiky ovládáme dobře.

Vektory: ?

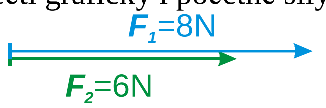
Zatím neumíme s vektory provádět žádné matematické operace.

Př. 7: Rohlíky v nákupní tašce působí na ruku nakupujícího kolmo dolů silou 2,7 N. Jak se tato síla změní, když bude počet rohlíků dvakrát větší? (všechny rohlíky považujeme za přibližně stejné)

Dvakrát větší počet rohlíků, znamená dvakrát větší hmotnost a tím i dvakrát větší sílu. Směr síly se nezmění.

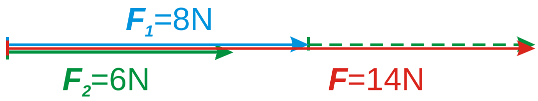
Při násobení a dělení vektoru skalární veličinou (tedy číslem) se vynásobí nebo vydělí velikost vektoru skalární veličinou, jeho směr se nemění.

Př. 8: Sečti graficky i početně síly na obrázcích:

a) 

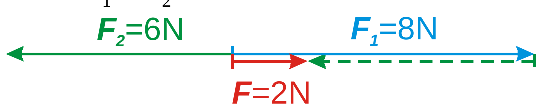
b) 

a) početně $F = F_1 + F_2 = 8 + 6\ \mathrm{N} = 14\ \mathrm{N}$



graficky:
zelenou šipku postavíme za modrou.

b) početně $F = F_1 - F_2 = 8 - 6\ \mathrm{N} = 2\ \mathrm{N}$

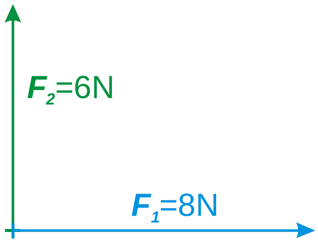


graficky:
zelenou šipku opět postavíme za modrou.

Je trochu divné, že v bodě b) píšeme při sčítání mezi vektory mínus. Je to tím, že máme špatně zapsanou hodnotu síly F_2. Jde o vektor a musíme rozlišovat jeho směr. Protože směřuje proti vektoru F_1 musí mít opačné znaménko $\Rightarrow$

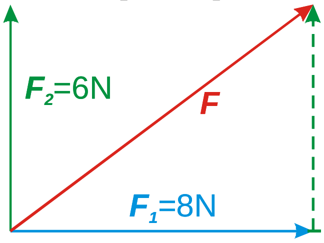
b) $F = F_1 + F_2 = 8 + (-6)\ \mathrm{N} = 2\ \mathrm{N}$

Př. 9: Sečti graficky i početně síly na obrázku:

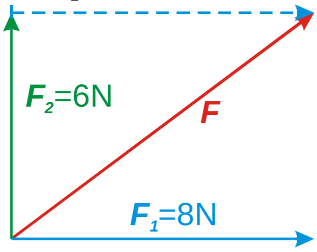


Stejně jako v předchozím příkladě můžeme dát:

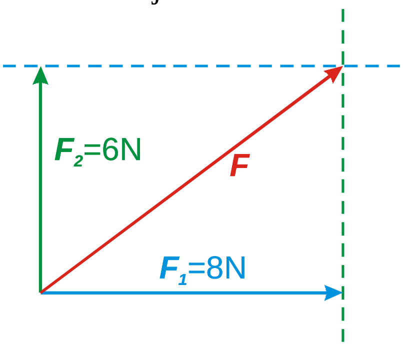
druhou šipku za první:



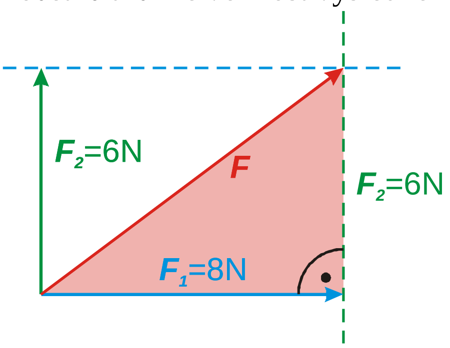
nebo první za druhou:



nebo sestrojit rovnoběžník sil:



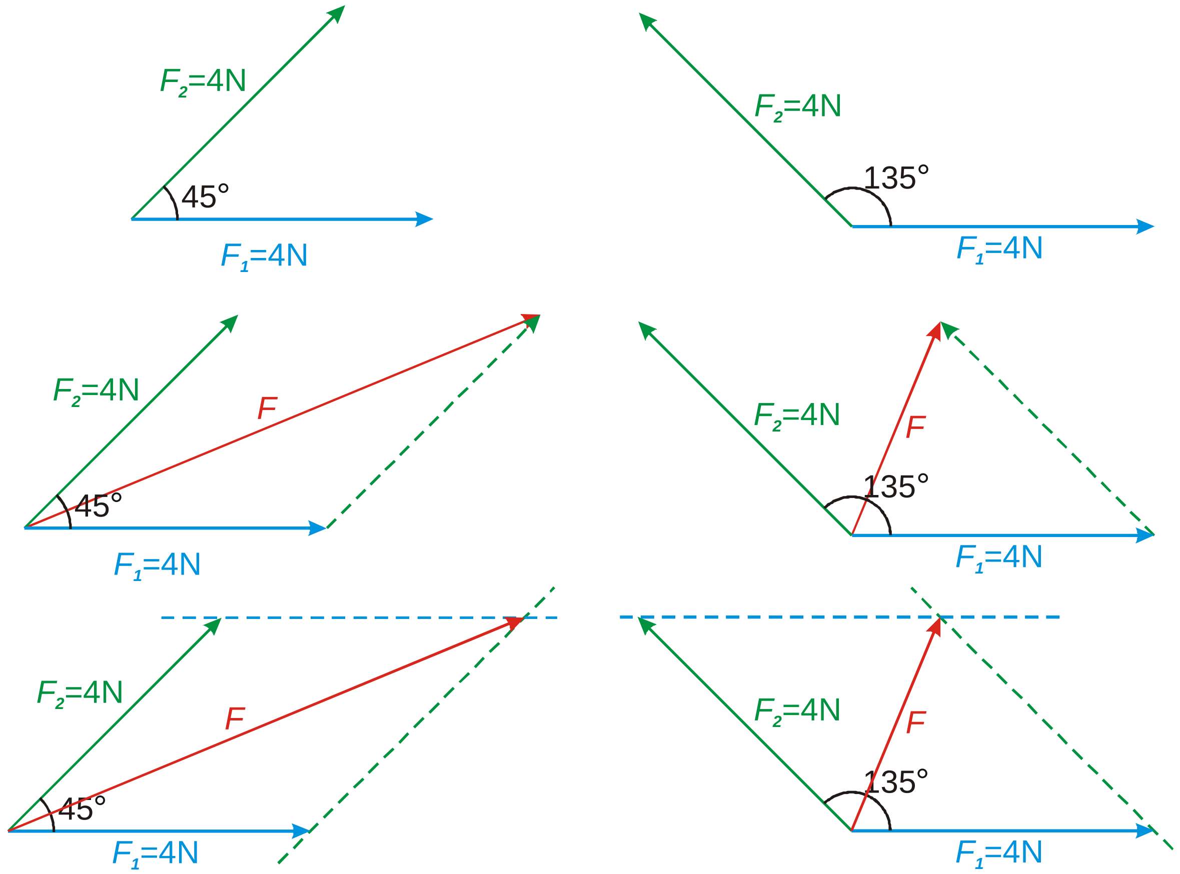
Početně určíme velikost výsledného vektoru pomocí pravoúhlého trojúhelníka:



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}\ \mathrm{N} = 10\ \mathrm{N}$$

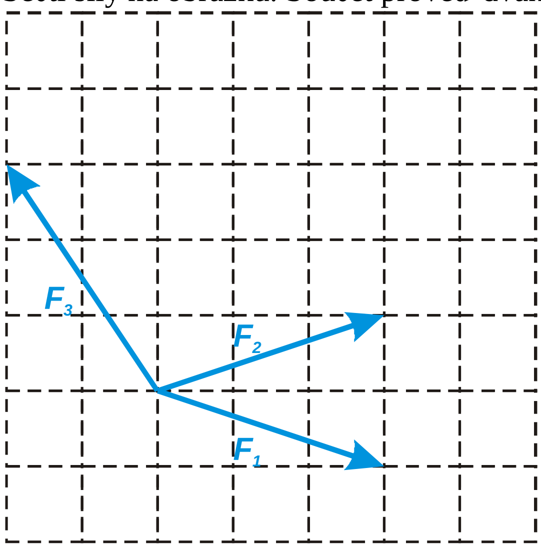
Př. 10: Sečti graficky dvojice sil na obrázcích. Měřením urči velikost výslednice.



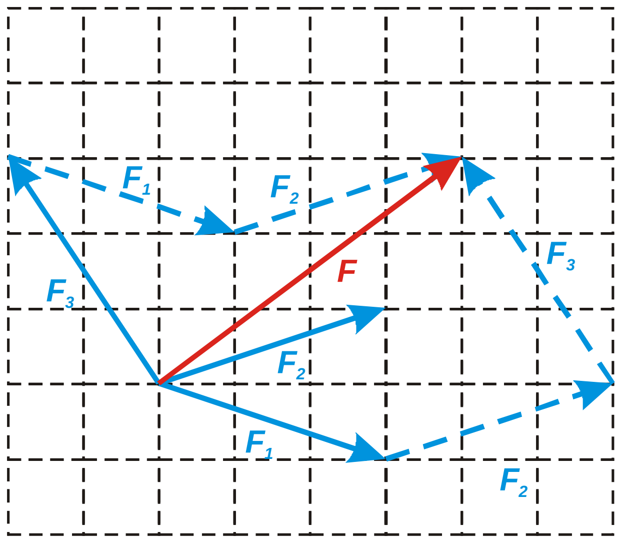
$F = 7{,}4\,\mathrm{N}$ $\quad$ $F = 3{,}1\,\mathrm{N}$

Pedagogická poznámka: Pokud studenti mají doporučené čtverečkované sešity mohou takto zadané síly nakreslit přesně i bez úhloměru (nemusíte jim rovnou říkat jak).

Př. 11: Sečti síly na obrázku. Součet proveď dvakrát se dvěma různými pořadími sil.



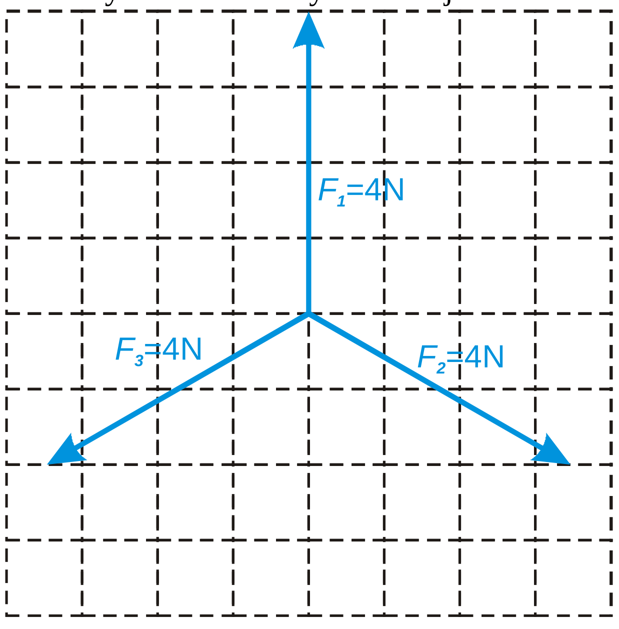
V obrázku jsou nakresleny dva možné součty: $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3$ a $\boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$:



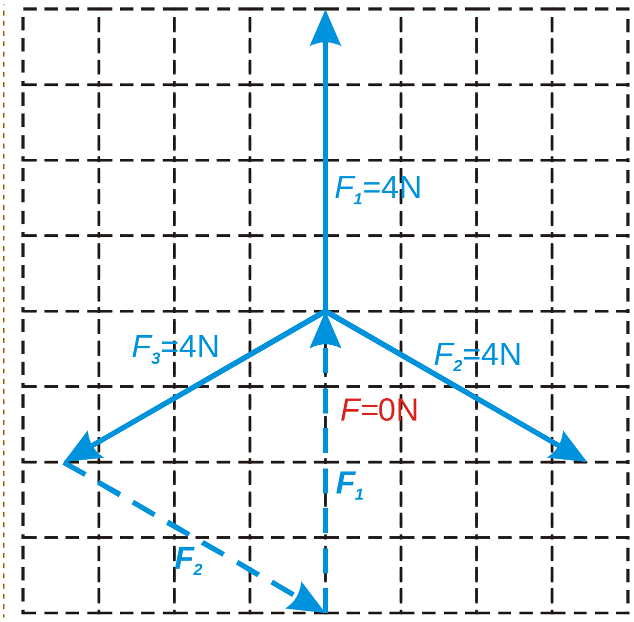
V obou případech jsme získali stejný výsledek.

Pedagogická poznámka: V předchozím a v některých následujících příkladech jsou vektory kresleny do čtvercové sítě, aby studenti mohli dosáhnout stejných výsledků jako učitel pokud si obrázek překreslí do sítě v sešitu. Samozřejmě jim doporučte, aby ho vůči svým malým čtverečkům zvětšili.

Př. 12: Sečti síly na obrázku. Výsledek nejdříve odhadni a poté ověř graficky.



Z obrázku se zdá, že součet všech tří sil bude nulový.



Shrnutí: Veličiny, které jsou dány směrem a velikostí nazýváme vektory. Tyto veličiny můžeme normálně sčítat pouze, když mají stejný směr, v ostatních případech si musíme pomoci graficky.