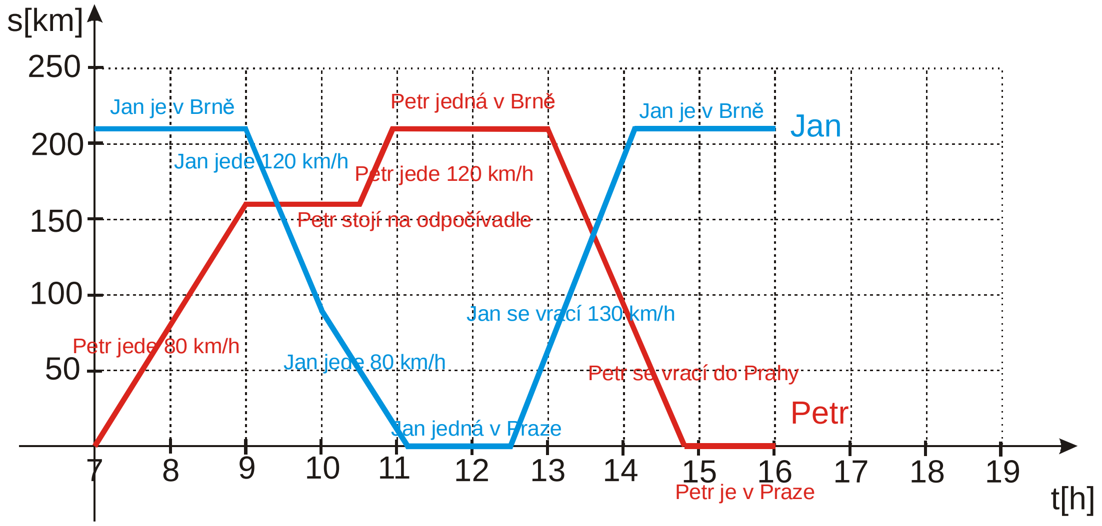
1.1.11 Rovnoměrný pohyb VI

Předpoklady: 1110

Pedagogická poznámka: Následující příklad je dokončení z minulé hodiny. Studenti by měli mít graf polohy nakreslený z minulé hodiny nebo z domova.

Př. 1: Petr vyjede v sedm hodin ráno po dálnici z Prahy do Brna rychlostí 80 km/h. Po dvou hodinách jízdy zastaví na odpočívadle. Po hodině a půl se vydá opět na Brno a dojede do něj rychlostí 120 km/h. V Brně absolvuje dvouhodinové jednání a ve 13:00 se začne vracet do Prahy rychlostí 120 km/h.
Jan vyrazí v 9 hodin z Brna směrem na Prahu rychlostí 120 km/h. Po hodině jízdy dojede kolonu a tak jízdu dokončí rychlostí 80 km/h. V Praze se staví na jednání dlouhém 1,5 hodiny a ve 12:30 se vydá do Brna rychlostí 130 km/h.
Vzdálenost Praha-Brno je 210 km.
Nakresli graf polohy obou řidičů.
Kdy dorazí Petr do Brna? Kdy dorazí Jan do Prahy? Kdy se oba vrátí domů? Kdy a kde se potkají v průběhu cesty?

Grafy polohy jsou na obrázku.



Pomocí grafu vyřešíme další úlohy:

Kdy dojede Petr do Brna?

Petr vyjíždí z odpočívadla na 160 km od Prahy v 10:30. Do Brna mu chybí 50 km, jede rychlostí 120 km/h. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{50}{120} = 0,41\,\text{h} = 25\,\text{min}$. Petr dojede do Brna v 10:55.

Kdy se Petr vrátí domů?

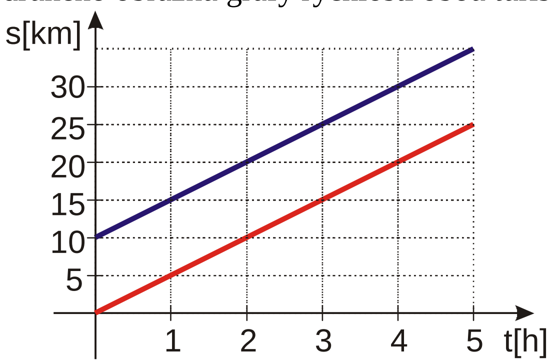
Petr vyjíždí domů v 13:00 (dvě hodiny po příjezdu do Brna). Jede rychlostí 120 km/h vzdálenost 210 km. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{210}{120} = 1,75\,\text{h} = 1\text{h}\,45\,\text{min}$. Petr se vrátí do Prahy v 14:45.

Kdy dojede Jan do Prahy?

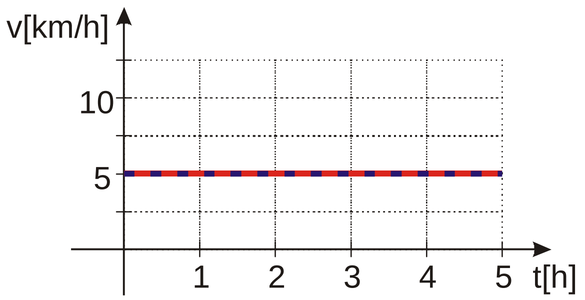
Jan je v 10:00 90 km od Prahy (120 km z 210 ujel během předchozí hodiny). Jede rychlostí 80 km/h. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{90}{80} = 1,125\,\text{h} = 1\text{h}\,7,5\,\text{min}$. Jan dojede do Prahy v 11:08.

Kdy se Jan vrátí do Brna?
Jan vyjíždí zpět do Brna ve 12:30. Jede rychlostí 130 km/h vzdálenost 210 km. Čas na jízdu:
$t = \frac{s}{v} = \frac{210}{130} = 1,62\,\mathrm{h} = 1\mathrm{h}\,37\,\mathrm{min}$. Jan se vrátí do Brna ve 14:07.
Kdy a kde se oba řidiči potkají?
V obrázku jsou vidět dvě místa, kdy se oba grafy protínají.
První je přibližně v 9:30 na odpočívadle, kde čeká Petr. Oba se tedy setkají na 160 km od Prahy. Čas určíme jako čas, který potřebuje Jan, aby se dostal na 160 km od Prahy (tedy 50 km od Brna). Jan vyjel v 9:00 rychlostí 120 km/h, musí ujet 50 km. Čas na jízdu:
$t = \frac{s}{v} = \frac{50}{120} = 0,41\,\mathrm{h} = 25\,\mathrm{min}$. Jan potká Petra v 9:25 na odpočívadle 160 km od Prahy.
Druhé setkání se uskuteční během zpáteční cesty. Petr se vrací od 13:00 do Prahy rychlostí 120 km/h, Jan se od 12:30 vrací do Brna rychlostí 130 km/h. Ve chvíli, kdy se potkají urazí dohromady vzdálenost Praha-Brno.
$s_P + s_J = 210$
$v_P t_P + v_J t_J = 210$ Jan jede o půlhodiny déle než Petr $t_J = t_P + 0,5$
$v_P t_P + v_J \left(t_P + 0,5\right) = 210$
Dosadíme za rychlosti: $120 t_P + 130\left(t_P + 0,5\right) = 210$
$120 t_P + 130 t_P + 65 = 210$
$250 t_P = 145$
$250 t_P = 145$
$t_P = 0,58\,\mathrm{h} = 35\,\mathrm{min}$
Vzdálenost od Brna $s_P = v_P t_P = 120 \cdot 0,58\,\mathrm{km} = 69,6\,\mathrm{km}$
Řidiči se potkají v 13:35 ve vzdálenosti 70 km od Brna.

Př. 2: Na obrázku jsou grafy pohybu dvou turistů Karla (modrý graf) a Honzy (červený graf) během prvních pěti hodin jejich pohybu. Urči jejich rychlosti. Nakresli do druhého obrázku grafy rychlosti obou turistů.



Oba grafy jsou rovnoběžné přímky $\Rightarrow$ oba chodci se pohybují rovnoměrně (asi stejnou rychlostí)
Spočteme rychlosti:
Karel: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{35-10}{5}\,\mathrm{km/h} = \frac{25}{5}\,\mathrm{km/h} = 5\,\mathrm{km/h}$
Honza: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25-0}{5}\,\mathrm{km/h} = \frac{25}{5}\,\mathrm{km/h} = 5\,\mathrm{km/h}$
rychlost pohybu obou turistů je doopravdy stejná



Oba grafy jsou zcela stejné, takže čáry se překrývají $\Rightarrow$ grafy rychlostí jsou stejné.

Je zajímavé, že ze dvou různých grafů polohy se staly dva stejné grafy rychlosti. $\Rightarrow$ vztah mezi rychlostí a polohu není zcela symetrický. V poloze je ukryta veškerá informace o rychlosti, v rychlosti je ukryta informace o změnách polohy, ale ne o počáteční poloze $\Rightarrow$ dva pohyby se stejnou časovou závislostí rychlosti, se mohou lišit v počáteční poloze (při výpočtu rychlosti, se počáteční dráha odečte).

Př. 3: Pohybová tabulka zachycuje rovnoměrný pohyb USO (Unidentifiable Shoving Object). Doplň všechna pole tabulky.

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]		8	12		30	50
Rychlost [cm/s]						

Rovnoměrný pohyb $\Rightarrow$ řádka rychlostí musím mít všude stejné hodnoty $\Rightarrow$ spočteme rychlost z druhého a třetího sloupce:

$\Delta t = 4 - 2\,\text{s} = 2\,\text{s}$, $\Delta s = 12 - 8\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$ $\Rightarrow$ $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{4}{2}\,\text{cm/s} = 2\,\text{cm/s}$

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]		8	12		30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

doba mezi měřením v prvním a druhém sloupci $\Delta t = 2 - 0\,\text{s} = 2\,\text{s}$

dráha uražená za tuto dobu: $\Delta s = v \cdot \Delta t = 2 \cdot 2\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$

$\Rightarrow$ v prvním sloupci: $s = 4\,\text{cm}$, v čtvrtém sloupci: $s = 16\,\text{cm}$

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]	4	8	12	16	30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

při pohybu mezi čtvrtým a pátým sloupcem urazilo USO 14 cm $\Rightarrow$ $\Delta t = \dfrac{\Delta s}{4} = \dfrac{14}{2}\,\text{s} = 7\,\text{s}$ $\Rightarrow$

čas v pátém sloupci 13 s

podobně v šestém sloupci

Čas [s]	0	2	4	6	13	23
Poloha [cm]	4	8	12	16	30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je velmi poučný. Správné ho řešíme na základě pravidla pro rovnoměrný pohyb = konstantní rychlosti. Studenti však mají vypozorovaná dvě „pravidla“, která vedou na špatné řešení:
časový interval je pořád stejný
poloha začíná nulou
Je potřeba si s nimi vyjasnit, že i když všechny (většina) předchozích příkladů tato pravidla splňovala, není žádný důvod k tomu, aby platila v libovolném budoucím příkladu. Pravidla, která platí musím mít logický důvod a tím „zatím to tak bylo“ opravdu není.

Dodatek: K celkové klasifikaci neidentifikovatelných objektů:
UFO - Unidentifiable Flying Object – Neidentifikovatelný létající objekt
USO - Unidentifiable Shoving Object – Neidentifikovatelný sunoucí se objekt
UFLO - Unidentifiable FLoating Object – Neidentifikovatelný plavoucí objekt
UDO - Unidentifiable Diging Object – Neidentifikovatelný prokopávájící se objekt

Pedagogická poznámka: U obou následujících příkladů je důležité, aby si studenti uvědomili, že všechny podobné příklady je nutné řešit postupně od rovnosti, která popisuje základní vlastnost celého pohybu.

Př. 4: Traktor a auto vyjedou současně proti sobě po přímé silnici. Počáteční vzdálenost obou vozidel je 15 km, obě vozidla jedou stálou rychlostí. Rychlost traktoru je 36 km/h, rychlost auta je 20 m/s. Za jakou dobu a kde se obě vozidla potkají?

Výpis známých veličin:
$v_t = 10\,\text{m/s}$ $\quad v_a = 20\,\text{m/s}$ $\quad t = ?$ $\quad s = 15\,\text{km} = 15000\,\text{m}$

Fyzikální rozbor situace:
Ve chvíli, kdy se obě vozidla potkají urazí dohromady od počátečního okamžiku vzdálenosti 15 km (jejich počáteční vzdálenost). Místo setkání určíme pomocí vzdálenosti uražené jedním z vozidel.

Obecné řešení:

$$s = s_t + s_a$$

$$s = v_t t + v_a t$$

$$s = \left(v_t + v_a\right)t$$

$$t = \frac{s}{v_t + v_a}$$

Dosazení:

$$t = \frac{s}{v_t + v_a} = \frac{15000}{10 + 20}\,\text{s} = 500\,\text{s}$$

$$s_t = v_t t = 10 \cdot 500\,\text{m} = 5000\,\text{m}$$

Odpověď:
Vozidla se potkají za 500 sekund (8,3 minuty) ve vzdálenosti 5 km od místa, ze kterého vyjížděl traktor.

Dodatek: Příklad je samozřejmě možné řešit i přímým dosazením:

$$s = s_t + s_a$$

$$15000 = 10t + 20t$$

$$15000 = 30t$$
$$t = \frac{15000}{30}\text{s} = 500\text{s}$$
Je to však méně vhodné.

Př. 5: Romeo a Julie jeli na kolech na společný výlet. Po 5 km Romeo zjistil, že si doma zapomněl mobil. Zrychlil na 20 km/h a začal se pro něj vracet, zatímco Julie zvolnila na 10 km/h a pokračovala v původním směru. Za jak dlouho a kde ji Romeo dohonil, když se doma jenom otočil a hned se vydal stejnou rychlostí 20 km/h za Julií?

Výpis známých veličin:
$v_R = 20\,\text{km/h}$ $\quad v_J = 10\,\text{km/h}$ $\quad t = ?$ $\quad s_d = 5\,\text{km}$

Fyzikální rozbor situace:
Ve chvíli, kdy Romeo Julii dožene budou oba stejnou dobu na cestě. Romeo však urazí větší vzdálenost.

Obecné řešení:
$$t_R = t_J$$
$$\frac{s_R}{v_R} = \frac{s_J}{v_J}$$ Romeo kvůli vracení ujede o 10 km více $\Rightarrow$ $s_R = s_J + 10$
$$\frac{s_J + 10}{v_R} = \frac{s_J}{v_J} \quad / \cdot v_R v_J$$
$$v_J\left(s_J + 10\right) = v_R \cdot s_J$$
$$v_J s_J + 10 v_J = v_R \cdot s_J$$
$$10 v_J = v_R s_J - v_J s_J$$
$$10 v_J = \left(v_R - v_J\right) s_J$$
$$s_J = \frac{10 v_J}{v_R - v_J}$$
Dosazení:
$$s_J = \frac{10 v_J}{v_R - v_J} = \frac{10 \cdot 10}{20 - 10}\,\text{km} = 10\,\text{km}$$
$$t_J = \frac{s_J}{v_J} = \frac{10}{10}\,\text{h} = 1\,\text{h}$$
Odpověď:
Romeo dožene Julii po 1 hodině ve vzdálenosti 10 km od místa, kde se rozdělili.

Dodatek: Příklad je samozřejmě možné řešit i přímým dosazením:
$$\frac{s_R}{v_R} = \frac{s_J}{v_J}$$
$$\frac{s_J + 10}{20} = \frac{s_J}{10} \quad / \cdot 20$$
$$s_J + 10 = 2 s_J$$
$$s_J = 10\,\text{km}$$
Je to však méně vhodné.

Shrnutí: